INVESTIGATIONES LINGUISTICAE, VOL. XIII; POZNAŃ, DECEMBER 2006

„Okres Poznański" w Twórczości Romana Suszki

Roman Suszko's works in logic at the Poznań University (1946 – 1953)

Jerzy Pogonowski

Institute of Linguistics, Adam Mickiewicz University
ul. Międzychodzka 5, 60-371 Poznań, POLAND

pogon@amu.edu.pl

Abstract

We discuss the scientific achievements of one of the most prominent Polish logicians of the 20th century — ROMAN SUSZKO in the period when he was active at the University in Poznań (1946–1953), i.e. at the very beginning of his academic career.[1]

1 Uwagi wstępne

W artykule omawiamy działalność naukową Romana Suszki w okresie, gdy był on związany z Uniwersytetem Poznańskim (1946–1953). Jest to okres znaczący w twórczości Suszki: w bardzo krótkim czasie, na samym początku swojej kariery naukowej, opublikował on kilka ważnych pozycji; do niektórych poruszanych w nich zagadnień wracał później. Owe juwenilia są znaczące pod dwoma, co najmniej, względami: są kompleksowymi, dojrzałymi naukowo rozprawami oraz nawiązują do najnowszych (ówcześnie) osiągnięć w dziedzinie logiki. Badania logiczne prowadzone w latach bezpośrednio powojennych w Poznaniu przez Ajdukiewicza, Suszkę, Wiegnera, Łuszczewską-Romahnową, Giedymina i innych powinny zostać dokładniej opisane przez historyków logiki — to bardzo ważny okres w rozwoju badań logicznych uprawianych w ośrodku poznańskim.

Życiorys naukowy i poszczególne prace Romana Suszki (także, choć raczej skrótowo, prace z lat 1946–1952) były już omawiane w literaturze przedmiotu (poniżej wskazujemy na odnośne opracowania). Niemniej jednak, uważamy za interesujące przypomnienie w tym miejscu pierwszych kroków w karierze naukowej jednej z najwybitniejszych postaci polskiej logiki. Nie było Suszce dane zaczynać pracę naukową w łatwych czasach: rozpoczęte przed wojną w Poznaniu studia kończył w Krakowie (pod kierunkiem Zygmunta Zawirskiego) na tajnych kompletach prowadzonych przez profesorów Uniwersytetu Jagiellońskiego, pracując jednocześnie (m.in. jako stróż nocny) w Elektrowni Miejskiej. Jeszcze przed uzyskaniem magisterium z filozofii (1945) sam również prowadził zajęcia na tychże kompletach. Z Krakowem związał się też na krótko pierwszą pracą naukową jako młodszy asystent w Seminarium Filozoficznym UJ w 1945 roku.

[1] Praca nad niniejszym tekstem została wykonana w ramach projektu badawczego KBN 1H01A 01116 *Logika niefregowska. Podstawy i zastosowania.* kierowanego przez Profesora MIECZYSŁAWA OMYŁĘ w 2002 roku. Wtedy też tekst został skierowany do druku w *Bibliotece Myśli Semiotycznej*, gdzie podobno zostanie kiedyś opublikowany. Tekst jest również dostępny na stronie internetowej Zakładu Logiki Stosowanej UAM. Jestem niezmiernie wdzięczny Panu Profesorowi Mieczysławowi Omyle za wielce dla mnie zaszczytne zaproszenie do uczestnictwa w jego projekcie badawczym.

W lutym 1945 roku przyjeżdża z Krakowa do Poznania — z misją reaktywowania działalności Uniwersytetu Poznańskiego — Jerzy Suszko, ojciec Romana, wybitny chemik, piastujący w pierwszych latach po wyzwoleniu wiele funkcji dziekańskich i rektorskich na Uniwersytecie Poznańskim (Jerzy Suszko wraca wraz z żoną Emilią i córkami Aliną i Jadwigą do rodzinnego mieszkania przy ul. Słowackiego 32 w Poznaniu — okolicę tę zamieszkują wtedy także inni profesorowie UP; Roman Suszko nie jest wymieniony pod tym adresem, mieszkał tam przed wojną, podczas studiów).

Do Poznania z Krakowa przyjeżdża w grudniu 1945 roku Kazimierz Ajdukiewicz, który od lipca 1945 roku kierował katedrą fizyki w Lwowskim Instytucie Medycznym (wykładając równocześnie logikę na Uniwersytecie Lwowskim), a przez kilka miesięcy tegoż roku był przybranym profesorem Uniwersytetu Jagiellońskiego. W roku 1946 Roman Suszko rozpoczyna pracę w kierowanej przez Ajdukiewicza Katedrze Teorii i Metodologii Nauk.

Informacje na temat działalności Katedry znaleźć można m.in. w artykule [Łuszczewska-Romahnowa 1973], *Kronice UP* (za lata 1945-55), opracowaniach dotyczących historii Uniwersytetu — np. [Grot 1971, 1972]. Ważnym ośrodkiem życia naukowego w powojennym Poznaniu było też Poznańskie Towarzystwo Przyjaciół Nauk — pracownicy Katedry wygłaszali odczyty na posiedzeniach naukowych Komisji Filozoficznej tego Towarzystwa.

Suszko prowadził w UP zajęcia dydaktyczne z elementów logiki matematycznej oraz z teorii mnogości (na Wydziale Matematyczno-Przyrodniczym).

Teczki osobowe Romana Suszki znajdują się w archiwach Uniwersytetu Warszawskiego oraz Instytutu Filozofii i Socjologii PAN w Warszawie. Podobnie rzecz się ma z dokumentacją Oddziału Poznańskiego Polskiego Towarzystwa Filozoficznego dotyczącą okresu bezpośrednio po zakończeniu II wojny światowej. Piszący te słowa nie miał na razie dostępu do inkryminowanych dokumentów.

W *Kronice UP* (za lata 1945–1955) podawane są pewne mylne informacje dotyczące działalności wydawniczej oraz naukowej Katedry Teorii i Metodologii Nauk (później: Katedry Logiki) UP. Natomiast informacje podane w protokołach posiedzeń Komisji Filozoficznej PTPN oraz Wydziału Matematyczno-Przyrodniczego (później: Matematyki, Fizyki i Chemii) UP są zgodne z faktami (co udało się ustalić w rozmowach z osobami uczestniczącymi w życiu naukowym tego okresu).

Informacje uzyskane od osób, które znały Romana Suszkę w „okresie poznańskim" z reguły nie dotyczą, niestety, spraw bezpośrednio związanych z omawianymi w tym miejscu pracami Autora i nie będą wykorzystywane w tym artykule. Nadmieńmy może jedynie, że wspomnienia te ukazują Suszkę jako osobę wybitną i oryginalną.

* * *

Suszko odwiedzał Poznań także później, mieszkając już w Warszawie. W 1954 roku został wybrany członkiem komitetu redakcyjnego serii logicznej w Komisji Filozoficznej PTPN. W 1968 roku był recenzentem rozprawy habilitacyjnej Tadeusza Batoga. Pod koniec lat siedemdziesiątych wygłosił w Poznaniu dwa odczyty (na zebraniach Polskiego Towarzystwa Matematycznego oraz Polskiego Towarzystwa Filozoficznego). W jednym z nich, zatytułowanym „3 = 2" przedstawił propozycję wartościowań zerojedynkowych dla logiki trójwartościowej Łukasiewicza (zob. np. [Porębska, Suchoń 1991]).

* * *

Opracowań „całościowych" omawiających twórczość Romana Suszki nie jest na razie wiele. Można mieć nadzieję — biorąc pod uwagę m.in. to, że na prawie każdej konferencji logicznej w kraju w ostatnich 20 latach wspomina się Suszkę oraz sądząc z liczby nawiązań do jego idei we współczesnej literaturze logicznej — iż opracowania takie powstaną. Obecnie do podstawowych źródeł informacji o dorobku naukowym Suszki należą:

- Mieczysław Omyła, Jan Zygmunt — Roman Suszko (1919–1979): A bibliography of the published work with an outline of his logical investigations. *Studia Logica* **XLIII**, **4**, 1984, 421–441.

- Jerzy Perzanowski (red.) — *Essays on philosophy and logic. Proceedings of the XXXth conference on the history of logic, dedicated to Roman Suszko. Cracow, October 19–21, 1984*. Jagiellonian University Press, Cracow 1987 [zawiera przedruk wspomnianej pracy Omyły i Zygmunta].
- Mieczysław Omyła — O życiu i twórczości Romana Suszki. *Studia Semiotyczne* **XIV–XV**, 1986, 13–22 [zawiera bibliografię prac Suszki].
- Roman Suszko — *Wybór pism* (Pod redakcją Mieczysława Omyły). *Biblioteka Myśli Semiotycznej* **42**, Polskie Towarzystwo Semiotyczne, Warszawa 1998 [zawiera bibliografię prac Suszki].
- Mieczysław Omyła (red.) — *Idee Logiczne Romana Suszki*. Materiały XLV Konferencji Historii Logiki (Kraków 1999), Wydział Filozofii i Socjologii Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa 2001.

Wspomniany wyżej tom *Studia Logica* poświęcony jest uczczeniu pamięci Romana Suszki. Zawiera m.in. noty wspomnieniowe:

- Stephen L. Bloom „Roman Suszko: A reminiscence", 313;
- Grzegorz Malinowski „Roman Suszko: A sketch of a portrait in logic", 315;
- Bogusław Wolniewicz „Suszko: A reminiscence", 317–321.

15 czerwca 1984 roku Rada Naukowa Instytutu Filozofii i Socjologii PAN oraz Warszawski Oddział Polskiego Towarzystwa Filozoficznego zorganizowały w Pałacu Staszica sesję naukową poświęconą pamięci Romana Suszki. Informacja o niej zamieszczona jest w *Studiach Filozoficznych* **7** (224), 1984, 179. Tenże numer *Studiów* zawiera „Wspomnienie o Suszce" autorstwa Bogusława Wolniewicza (strony: 179–183; odpowiednik angielskiego tekstu pomieszczonego w *Studia Logica*) oraz obszerny artykuł Ryszarda Wójcickiego „Romana Suszki semantyka sytuacyjna" (strony: 3–19) będący pełnym tekstem referatu wygłoszonego na wspomnianej sesji (angielska wersja tego artykułu ukazała się w wymienionym wyżej tomie *Studia Logica*, strony: 323–340).

Pamięci Romana Suszki poświęcona była również sesja naukowa zorganizowana w Siedlcach w 1989 roku.

W niniejszej pracy ograniczamy się jedynie do pierwszego okresu twórczości Suszki (do jego wyjazdu z Poznania do Warszawy). W konsekwencji, powoływać będziemy się tylko bądź na całościowe omówienia dorobku Suszki, bądź na omówienia prac z dyskutowanego okresu.

* * *

Bibliografia prac Suszki opublikowanych w „okresie poznańskim" obejmuje następujące pozycje:

1947

[1] O zdaniach tautologicznych. *Sprawozdania Poznańskiego Towarzystwa Przyjaciół Nauk*, **14** (1947), 159–160.

[2] Z teorii definicji. *Sprawozdania Poznańskiego Towarzystwa Przyjaciół Nauk*, **14** (1947), 160–161.

1948

[3] W sprawie logiki bez aksjomatów. *Kwartalnik Filozoficzny*, **17** (1948), 199–205.

[4] Recenzja: J. Słupecki, Uwagi o sylogistyce Arystotelesa. *Annales Universitatis Marie Curie-Skłodowska* (Lublin), **1** no. 3 sectio F (1946), 187–191. W: *Journal of Symbolic Logic*, **13** (1948), 166.

[5] Recenzja: J. Łoś, Próba aksjomatyzacji logiki tradycyjnej. *Annales Universitatis Marie Curie-Skłodowska* (Lublin), **1** no. 3 sectio F (1946), 211-228. W: *Journal of Symbolic Logic*, **13** (1948), 166–167.

1949

[6] O analitycznych aksjomatach i logicznych regułach wnioskowania. *Poznańskie Towarzystwo Przyjaciół Nauk, Prace Komisji Filozoficznej*, **7** no. 5 (1949), 1–30.

[7] Z teorii definicji. *Poznańskie Towarzystwo Przyjaciół Nauk, Prace Komisji Filozoficznej*, **7** no. 5 (1949), 31–59.

[8] Logika matematyczna i teoria podstaw matematyki w ZSRR. *Myśl Współczesna*, no. 12 (43) (1949), 390–396.

[9] Recenzja: A. Mostowski, *Logika matematyczna. Kurs uniwersytecki. Monografie Matematyczne*, vol. **18**, Warszawa – Wrocław 1948. W: *Synthese*, **7** (1948–49), 229–301.

[10] Recenzja: J. Łoś, Logiki wielowartościowe a formalizacja funkcji intensjonalnych. *Kwartalnik Filozoficzny*, **17** (1948), 59–78. W: *Journal of Symbolic Logic*, **14** (1949), 64–65.

1951

[11] Canonic axiomatic systems. *Studia Philosophica*, **4** (1949–1950, opublikowane w 1951), 301–330.

1952

[12] Aksjomat, analityczność i aprioryzm. *Myśl Filozoficzna*, no. 4 (6) (1952), 129–161.

* * *

W okresie poznańskim powstały też niektóre prace Suszki, opublikowane później, bądź zapowiadane jako przygotowane do druku. Por. niżej, w punkcie 4.

2 Logika bez aksjomatów i teoria definicji

Pierwsze publikacje Suszki związane są z jego rozprawą doktorską. Teksty [1] i [2] to streszczenia odczytów wygłoszonych na posiedzeniach naukowych Komisji Filozoficznej Poznańskiego Towarzystwa Przyjaciół Nauk:

- 22 listopada 1947 roku — *Rola tautologii w nauce (logika bez aksjomatów)*;
- 6 grudnia 1947 roku — *Z teorii definicji*.

Pierwszym artykułem opublikowanym przez Suszkę jest tekst *W sprawie logiki bez aksjomatów* złożony w Redakcji *Kwartalnika Filozoficznego* dnia 26 marca 1948 roku. Problem który stawia (i rozwiązuje) Autor można krótko sformułować następująco: dla danego systemu aksjomatycznego T (w tej pracy — systemu rachunku zdań z aksjomatyką Łukasiewicza i regułą *modus ponens* jako jedyną regułą pierwotną) należy wyeliminować jego aksjomaty, zastępując je skończonym zbiorem R finitystycznych *właściwych* reguł inferencyjnych, oczywiście zachowując jednocześnie relację $\vdash_T$ wyprowadzalności wyjściowego systemu, tzn. spełniając dla dowolnego zbioru zdań $X \cup \{A\}$, gdzie $X \neq \emptyset$, warunek:

$X \vdash_T A$ wtedy i tylko wtedy, gdy A jest wyprowadzalne z X przy pomocy reguł z R.

Reguły proponowane przez Suszkę mają postać schematów sekwencyjnych (domkniętych na podstawianie, którego Autor nie uważa za regułę inferencyjną). Nadto, są to reguły *właściwe*, a więc postaci $\frac{A_1,\ldots,A_n}{B}$, gdzie żadna z formuł $A_1,\ldots,A_n,B$ nie jest ani tautologią ani kontrtautologią.

Omówienie tego artykułu Suszki znajdujemy już w pracy Józefa Iwanickiego *Dedukcja naturalna i logistyczna* ([Iwanicki 1949]; z artykułem Suszki autor zapoznał się podczas przeprowadzania korekty swojej pracy) oraz w niepublikowanej rozprawie magisterskiej (pisanej pod kierunkiem Ajdukiewicza w Poznaniu) Dobiesława Bobrowskiego *Bezaksjomatyczne systemy rachunku zdań* [Bobrowski 1951].

Właściwymi regułami wnioskowania zajmował się też Jerzy Słupecki, pokazując m.in., że reguły proponowane przez Suszkę można zastąpić nieco innymi, rozwiązując problem eliminacji aksjomatów dla dowolnego systemu (aksjomatycznego rachunku zdań). Słupecki zauważa przy tym, że właściwymi regułami inferencyjnymi mogą być reguły bardzo skomplikowane, całkiem „nienaturalne" [Słupecki 1949].

Praca [3] była recenzowana przez Andrzeja Mostowskiego (*Journal of Symbolic Logic*, **15**, 66) oraz Henryka Hiża (*Mathematical Reviews*, **10**, 421).

* * *

Na III posiedzeniu Rady Wydziału Matematyczno-Przyrodniczego Uniwersytetu Poznańskiego w dniu 6 grudnia 1948 roku uchwalono przyznanie Romanowi Suszce stopnia doktora nauk matematyczno-przyrodniczych (w zakresie logiki i metodologii nauk). Rozprawa doktorska Suszki *O systemach normalnych i pewnych zagadnieniach logiki elementarnej* pisana była pod kierunkiem Kazimierza Ajdukiewicza. Piszącemu te słowa nie udało się dotąd odnaleźć maszynopisu rozprawy (Biblioteka Główna UAM posiada maszynopisy rozpraw doktorskich od 1956 roku) ani ustalić daty obrony (wiadomo jedynie, że była to jesień 1948 roku). Na posiedzeniu administracyjnym Komisji Filozoficznej PTPN w dniu 4 maja 1948 roku zgłosił tę rozprawę Kazimierz Ajdukiewicz. Na tymże zebraniu na referentów powołano: Kazimierza Ajdukiewicza oraz Adama Wiegnera.

Większą część treści rozprawy Suszki stanowią, jak pisze sam Autor w przedmowie do [6] i [7] (wydanych łącznie, jako osobny zeszyt) te właśnie artykuły, tj.: [6] *O analitycznych aksjomatach i logicznych regułach wnioskowania* oraz [7] *Z teorii definicji*. Recenzji tych prac do druku podjęli się 20 listopada 1948 roku Ajdukiewicz i Wiegner; zostały one przyjęte do druku 17 grudnia 1948 roku. Warto może zwrócić uwagę na zmiany w tytule pierwszego z tych artykułów — nazywał się on najpierw *O analitycznych aksjomatach i dedukcyjnych szczegółach inferencji*,[2] a potem *O analitycznych aksjomatach i formalnie dedukcyjnych regułach inferencji*. Natomiast podawanie w odnośnych protokołach dla [7] tytułu *Z terenu definicji* jest prawdopodobnie pomyłką protokolanta.

Zgodnie z zapowiedzią umieszczoną już w [3], Autor dokonuje w [6] uogólnienia poprzednio stosowanych konstrukcji w ten sposób, aby obejmowały one wszelkie systemy elementarne. Rozważany obecnie rachunek zawiera więc rachunek predykatów pierwszego rzędu z symbolami funkcyjnymi, identycznością oraz operatorem deskrypcyjnym. Całkowita eliminacja aksjomatów analitycznych (z opisanego w [6]) systemu (LF)) i zastąpienie ich przez właściwe reguły inferencyjne dokonana zostaje jednak tylko dla rachunku predykatów bez identyczności. Jest tak dlatego, iż jedna z reguł inferencyjnych proponowanego sekwencyjnego systemu (LS), który uwzględnia identyczność i operator deskrypcyjny nie jest właściwa [*logiczna*] (w sensie stosownej, precyzującej podaną wyżej, definicji). Jest to mianowicie reguła

$$\text{S–3.1} \qquad \frac{A}{\exists x(x=a)},$$

w której następniku występuje (egzystencjalny) aksjomat analityczny.

Suszko pisze ([6], str. 23–25):

[2] Czyżby błąd protokolanta? Może powinno być *regułach*, a nie *szczegółach*?

Jeżeli jakiś system e.p.j. [elementarny podstawowy jednotypikalny — J.P.] budujemy w ten sposób, że przyjmujemy w nim aksjomatycznie jedno zdanie analityczne, reprezentowane przez wyróżnioną w (LF) formułę

$$\text{F–8} \qquad \exists x(x = a)$$

oraz wprowadzamy, jako pierwotne reguły wnioskowania, wszystkie te logiczne reguły wnioskowania, które przedstawione są przez logistyczne sekwensy podstawowe wyróżnione w (LS) z wyjątkiem S–3.1, to system nasz będzie pełny pod względem operacji logicznych.

[...]

Można więc zbudować system e.p.j. pełny pod względem operacji logicznych przyjmując tylko jeden analityczny aksjomat oraz skończony układ logicznych reguł wnioskowania. W takim systemie każde zdanie analityczne jest twierdzeniem. Wiele jednak zdań analitycznych ma tę własność, że można je wyprowadzić w naszym systemie e.p.j. z dowolnego zdania wyłącznie przy pomocy przyjętego skończonego układu logicznych reguł wnioskowania.

[...]

Własności tej zaś nie mają zdania analityczne reprezentowane przez formuły wyróżnione w (LF):

$$\forall x(x = x) \qquad \forall x \forall y(x = y) \qquad G(a) \equiv \forall x[(x = a) \rightarrow G(x)]$$

i wiele innych formuł wyróżnionych w (LF) zawierających znak identyczności logicznej i operator deskrypcyjny [...].

Nie udaje się więc zrealizować w pełni ponętnej idei, że każde zdanie analityczne można z dowolnego zdania wyprowadzić wyłącznie przy pomocy logicznych reguł wnioskowania, chociaż twierdzenie odwrotne zachodzi. Ten stan rzeczy pozostaje w pewnej dysproporcji do oczywistego faktu, że każde zdanie analityczne wynika logicznie z dowolnego zdania, i odwrotnie.

* * *

W pracy [7] Autor proponuje uogólnioną teorię definicji dla systemów elementarnych. Nie zajmuje się (metajęzykowymi) definicjami nominalnymi, uznając je za *skróty* — reguły zastępowania wyrażeń przez ich skróty. Definicje nominalne spełniają oczywiście znane warunki przekładalności, niesprzeczności oraz nietwórczości. Suszko skupia swą uwagę na uogólnieniu pojęcia definicji realnej (intrajęzykowej), do którego dochodzi zastępując warunki przekładalności i nietwórczości warunkiem *jednoznaczności zakresowej*. Podejście Autora pozwala uwzględnić również pewne tzw. pseudodefinicje (definicje przez postulaty).

Główny cel przygotowania takiego uogólnienia charakteryzuje Autor w zakończeniu pracy [7]:

Definicjom realnym przysługuje inna funkcja w teoriach aniżeli definicjom nominalnym. Teoria definicji realnych w uogólnionym sensie daje nam do ręki naturalny i metodologicznie ściśle ujęty sposób rozszerzania systemów aksjomatycznych o nowe wyrazy, nowe aksjomaty i nowe reguły wnioskowania. To rozszerzanie systemów, nieuniknione wobec niezupełności bogatszych systemów aksjomatycznych (K. Gödel), ma na ogół charakter nieprzekładalny i twórczy, pomimo iż definicje, przez wprowadzanie których ono dochodzi do skutku, posiadają znamię typowych definicji w intuicyjnym sensie.

Teoria definicji w sensie uogólnionym została opracowana głównie w tym celu, aby scharakteryzować do reszty reguły wnioskowania, które dopuszczamy w systemach elementarnych finitystycznych. Otóż obok logicznych reguł wnioskowania (por. Suszko [1]) [tj. [6] w numeracji przyjętej w tym opracowaniu — J.P.] i reguł zastępowania, związanych z definicjami nominalnymi, dopuszczamy w systemach elementarnych finitystycznych już tylko takie reguły wnioskowania, które są zasadami indukcji zupełnej przyporządkowanymi definicjom uwikłanym s-funktorów (p. rozdz. VI).

Ujęcie Suszki dotyczy wyrażeń *deskryptywnych*, tj. nazw (termów) atomowych oraz zdań atomowych, funktorów zdaniotwórczych od argumentów nazwowych i funktorów nazwotwórczych od argumentów nazwowych. Wprowadza się szereg pomocniczych określeń charakteryzujących zależności między systemami i służących do wprowadzenia — podstawowych dla pracy — pojęć: równoważności i quasi-równoważności wyrażeń deskryptywnych oraz samego pojęcia definicji.

Równoważnością dwóch wyrażeń deskryptywnych jest formuła mająca postać równości (gdy rozpatrywane wyrażenia są termami atomowymi lub funktorami nazwotwórczymi) bądź postać stosownej równoważności materialnej.

Jeśli F jest wyrażeniem deskryptywnym systemu (Y) ale nie systemu (X) i przy tym każdy aksjomat systemu (X) jest aksjomatem systemu (Y) oraz pierwotne reguły wnioskowania systemu (X) obowiązują w (Y) jako pierwotne reguły wnioskowania, to równoważność F i termu lub formuły z (X) nazywamy *quasi-równoważnością* dla F względem (X).

Wreszcie, E jest *definicją* w systemie (Z) wyrażenia deskryptywnego F wtedy i tylko wtedy, gdy:

1. E jest aksjomatem w (Z);

2. F jest wyrażeniem deskryptywnym zawartym w E lecz nie zawartym w żadnym innym aksjomacie w (Z);

3. spełniony jest następujący warunek *jednoznaczności zakresowej*: dla dowolnego systemu (X) otrzymanego z (Z) przez zastąpienie F wyrażeniem deskryptywnym G równoważność F i G jest twierdzeniem każdego systemu (Y) zawierającego wśród swych aksjomatów i pierwotnych reguł wnioskowania aksjomaty i pierwotne reguły wnioskowania zarówno (X) jak i (Z).

Wprowadzanie definicji polega na przechodzeniu od danego systemu do systemu nowego, który jest bogatszy od wyjściowego zarówno o wyrażenia deskryptywne oraz aksjomaty jak i — czasami — także o reguły wnioskowania. Autor wylicza możliwe typy takich rozszerzeń:

1. (Y) jest *pozornie szerszy* od (X), gdy istnieje system (Z) równoważny z (Y) (a więc sformułowany w tym samym języku co (Y) i mający te same twierdzenia, co (Y)) taki, że pierwotne reguły wnioskowania (Z) pokrywają się z pierwotnymi regułami wnioskowania (X), a aksjomaty (Z) to aksjomaty (X) wzbogacone o quasi-równoważność względem (X) nowego wyrażenia deskryptywnego;

2. (Y) jest *nieistotnie szerszy* od (X), gdy w (Y) twierdzeniem jest pewna quasi-równoważność względem (X) nowego wyrażenia deskryptywnego;

3. (Y) jest *istotnie szerszy* od (X), gdy żadne twierdzenie w (Y) nie jest quasi-równoważnością względem (X) dla nowego wyrażenia deskryptywnego.

Rozszerzenia pozorne gwarantują przekładalność i nietwórczość, zaś rozszerzenia nieistotne zachowują przekładalność. Autor zauważa, że nie jest możliwe podanie *ogólnego* przepisu na zachowywanie (dziedziczenie) warunku niesprzeczności przy wprowadzaniu definicji.

Znaczną część [7] poświęca Suszko prezentacji ważniejszych gatunków uogólnionych definicji, omawiając szczegóły ich wprowadzania. Wymienione są definicje:

- wyraźne,

- quasi-wyraźne,

- mnogościowe,

- rekurencyjne funktorów zdaniotwórczych,

- rekurencyjne funktorów nazwotwórczych.

Definicje wyraźne prowadzą do systemów pozornie szerszych od wyjściowego. Spełniają one warunki niesprzeczności, przekładalności i nietwórczości — są więc definicjami realnymi w sensie klasycznym. Pozostałe definicje nazywane są uwikłanymi. Definicje quasi-wyraźne i mnogościowe mogą prowadzić do systemów nieistotnie szerszych od wyjściowego (w praktyce często możliwe jest zastąpienie tego typu definicji przez definicje wyraźne). Dwa ostatnie typy definicji są bardziej skomplikowane: ich wprowadzanie polegać może nie tylko na dołączeniu nowych aksjomatów, lecz także na przyjęciu nowych pierwotnych reguł wnioskowania.

Przytoczymy tu (w uproszczeniu) charakterystykę owych nowych reguł — zwanych przez Autora *zasadami indukcji zupełnej przyporządkowanymi definicjom uwikłanym funktorów zdaniotwórczych* — wraz z jednym przykładem z arytmetyki liczb naturalnych.

Przypuśćmy, że otrzymujemy system (Y) dodając do systemu (X) aksjomat postaci

$$U_H$$

w którym jedynym wyrażeniem deskryptywnym w (Y), nie występującym w (X), jest funktor zdaniotwórczy H. Aksjomat taki nie stanowi jeszcze definicji tego funktora, ponieważ wprowadzenie do (Y) nowego funktora K i scharakteryzowanie go w ten sam sposób, co H (czyli przyjęcie aksjomatu U_K, nie musi prowadzić do systemu (Z), w którym twierdzeniem byłaby równoważność postaci:

$$H(\vec{x}) \equiv K(\vec{x})$$

(gdzie $\vec{x}$ jest ciągiem argumentów, którego długość jest jednoznacznie określona przez syntaktyczną charakterystykę odnośnych funktorów). Aksjomat U_H stanie się jednak definicją wyrażenia H, jeśli w (Y) przyjmiemy nową pierwotną (sekwencyjną) regułę wnioskowania postaci:

$$\frac{U_G}{H(\vec{x}) \rightarrow G(\vec{x})}.$$

Jest tak, ponieważ przyjęcie w (Y) dla dowolnego wyrażenia K (syntaktycznie tego samego typu, co H) aksjomatu U_K i reguły powyższego kształtu, w której zamiast H mamy K pozwala udowodnić żądaną równoważność H i K.

Reguły tego typu nazywa Suszko właśnie zasadami indukcji zupełnej. Podaje ich ogólną postać dla pewnych definicji o charakterze rekurencyjnym, a mianowicie *definicji ancestralnych* funktorów zdaniotwórczych. Zauważa, że wprowadzanie takich definicji (przyjęcie aksjomatu i stosownej zasady indukcji zupełnej) pozwala zawsze udowodnić tzw. *twierdzenie o rozkładzie przyporządkowane definicji ancestralnej*. Ograniczmy się do jednego z podanych przez Suszkę przykładów, aby oddać podstawowe intuicje związane z propozycjami Autora.

Niech w systemie (X) obowiązują dwa aksjomaty Peana:

$$\neg(n(x) = 0)$$

$$n(x) = n(y) \rightarrow x = y$$

gdzie 0 jest stałą indywiduową (zero), a $n(x)$ czytamy: następnik x. Wprowadzamy do (X) definicję ancestralną funktora zdaniotwórczego N (wyrażenie $N(a)$ czytamy: a jest liczbą naturalną) przechodząc do systemu (Y) przez przyjęcie jako aksjomatów

$$N(0)$$

$$N(x) \rightarrow N(n(x))$$

oraz wprowadzenie, jako pierwotnej reguły wnioskowania, zasady indukcji arytmetycznej, przedstawionej sekwensem:

$$\frac{G\{0\} \quad G\{x\} \rightarrow G\{n(x)\}}{N(y) \rightarrow G\{y\}}.$$

Wtedy w systemie (Y) twierdzeniem jest

$$N(x) \equiv [x = 0 \vee \exists z(N(z) \wedge x = n(z))],$$

które jest właśnie twierdzeniem o rozkładzie przyporządkowanym omawianej definicji ancestralnej.

Autor zwraca uwagę, w dalszym ciągu rozprawy, na „nieprzebrane bogactwo różnych możliwości” związanych z definicjami uwikłanymi i na wynikające stąd trudności w próbach zbudowania jakiejś ogólniejszej teorii definicji tego rodzaju. Wspomina też o tzw. *quasi-ancestralnych* definicjach funktorów zdaniotwórczych oraz o definicjach rekurencyjnych funktorów nazwotwórczych.

W zakończeniu Suszko podkreśla, iż ograniczenie rozważań nad definicjami do tych systemów, które bazują na teorii mnogości pozwala co prawda na stosowanie tylko pewnych elementarnych gatunków definicji, ale wymusza jednocześnie dopuszczenie definicji o charakterze niepredykatywnym.

Prace [6] i [7] były recenzowane przez Jana Kalickiego w *Journal of Symbolic Logic* **15**, 223–224.

3 Systemy kanoniczne

Na IV posiedzeniu Rady Wydziału Matematyki, Fizyki i Chemii Uniwersytetu Poznańskiego w dniu 19 listopada 1951 roku o godz. 12 odbyła się „dyskusja habilitacyjna w zakresie logiki” dra Romana Suszki. Członkami Komisji habilitacyjnej byli: Andrzej Mostowski, Kazimierz Ajdukiewicz oraz Władysław Orlicz. Tegoż dnia o godz. 17 Suszko wygłosił wykład habilitacyjny *Co to jest logika wielowartościowa?* i, po zamknięciu całości przewodu habilitacyjnego uzyskał *veniam legendi* w zakresie logiki i podstaw matematyki. Poniżej zamieszczamy odpisy odnośnych dokumentów archiwalnych:

odpis

Protokół

z dyskusji habilitacyjnej w zakresie logiki dra Romana *Suszki*, odbytej na IV posiedzeniu Rady Wydziału Matematyki, Fizyki i Chemii Uniwersytetu Poznańskiego w dniu 19 listopada 1951 r. o godz. 12-tej w Dziekanacie.

Obecni:

Dziekan z. prof. dr A. Alexiewicz — przewodniczący

Zaproszeni profesorowie — członkowie Komisji habilitacyjnej: Andrzej Mostowski, JMRektor K. Ajdukiewicz, Wł. Orlicz.

Profesorowie Wydziału: Z. Krygowski, A. Gałecki, J. Witkowski, W. Kuczyński, A. Lewandowski, doc.et.: Kwiek.

Del. pom. sił nauk.: dr Lempka, dr Kranz.

Nieobecność usprawiedliwili: prof. Krause.

Członkowie Komisji habilitacyjnej i Rady Wydziału postawili kandydatowi następujące pytania:

JMRektor Ajdukiewicz:

1) Stosunek postulatu kanoniczności a intuicjonizm Brouwera.
2) Paradoks Löwenheima-Skolema i jego rozwiązania.
3) Paradoks a antynomia.
4) Logika a dialektyka.

Prof. Mostowski:

1) Zbiory konstruowalne w sensie określonym przez Gödla i w sensie określonym przez Suszkę.
2) Teoria typów prosta i rozgałęziona.
3) Logiki nie oparte na teorii typów.
4) Funkcje obliczalne i ich zastosowania.

Prof. Orlicz:

1) Pewnik wyboru i jego znaczenie w matematyce.
2) Różne metody wprowadzenia pojęcia liczby rzeczywistej.

Prof. Krygowski:

1) Czy istnieją w dalszym ciągu różnice co do pojmowania niezależności względnie niesprzeczności axiomatów arytmetyki (axiomatyka Peano'a - Padoa) (Poglądy Szkoły Hilberta oraz zapatrywania i krytyka Poincare'go - Hadamard'a).
2) Czy maszyny elektryczne np. maszyna Torresa, która rozgrywa partie dwóch królów szachowych — można podciągnąć pod pojęcie funkcji arytmetycznych wyznaczalnych.

Prof. Witkowski:

1) Pojęcie nieskończoności świata.

Doc. Kwiek:

1) Czy istnieje odpowiedniość pomiędzy zbiorem konstruowalnym a funkcją poddaną ekstrapolacji.

Po ukończeniu dyskusji habilitacyjnej na wniosek JMRektora Ajdukiewicza w głosowaniu tajnym jednomyślnie Rada Wydziału uchwaliła dopuścić dr Romana Suszkę do wykładu habilitacyjnego.

Spośród trzech tematów, przedstawionych przez kandydata:

1) Co to jest logika wielowartościowa.
2) Przegląd różnych systematyzacji teorii mnogości.
3) Rola antynomii w rozwoju logiki matematycznej.

na wniosek JMRektora Ajdukiewicza Rada Wydziału jednomyślnie w tajnym głosowaniu zaaprobowała temat pierwszy.

Koniec posiedzenia o godz. 14,15.

Prowadzący protokoł: Przewodniczący:
(-) dr A. Lempka (-) A. Alexiewicz

Za zgodność:
Dziekan
Wydziału Matem., Fizyki i Chemii

Poznań, dnia 28 grudnia 1951 r.

L. 219/51

Rektoratowi U.P.
do wiadomości.

Dziekan
Wydziału Matem., Fizyki i Chemii

---

odpis

Protokół

V posiedzenia Rady Wydziału Matematyki, Fizyki i Chemii Uniwersytetu Poznańskiego, odbytego dnia 19 listopada 1951 r. o godz. 17-tej w Dziekanacie.

Obecni:
Dziekan z. prof. dr A. Alexiewicz — przewodniczący
Zaproszeni profesorowie — członkowie Komisji habilitacyjnej: Andrzej Mostowski, JMRektor K. Ajdukiewicz, Wł. Orlicz.
Profesorowie Wydziału: Prorektor J. Suszko, Lewandowski.
Del. pom. sił nauk.: dr Kranz, dr Lempka.
Nieobecność usprawiedliwili: prof. Krause.

Wykład habilitacyjny dra Romana Suszki p.t. „Co to jest logika wielowartościowości.”

Rada Wydziału uznała jednomyślnie wynik wykładu habilitacyjnego dr R. Suszki „Co to jest logika wielowartościowa” za zadawalający.

Zamykając całość przewodu habilitacyjnego Rada Wydziału postanowiła przyznać dr Suszce Romanowi veniam legendi w zakresie logiki i podstaw matematyki w głosowaniu tajnym. Wynik głosowania 9 kartek — 8 kartek tak — jedna kartka pusta.

Koniec posiedzenia o godz. 18,15.

Prowadzący protokoł: Przewodniczący:
(-) dr A. Lempka (-) A. Alexiewicz

Za zgodność:
Dziekan
Wydziału Matem., Fizyki i Chemii

Poznań, dnia 28 grudnia 1951 r.

L. 220/51

Rektoratowi U.P.
do wiadomości.

Dziekan
Wydziału Matem., Fizyki i Chemii

---

* * *

Podstawą przewodu habilitacyjnego była rozprawa [11]: *Canonic axiomatic systems*, jedyna praca z teorii mnogości napisana przez Suszkę. Rozprawa została złożona w redakcji *Studia Philosophica* 25 listopada 1950 roku.

Praca jest przedstawiona w bardzo skondensowanej postaci. Czyni się w niej istotny użytek z wyników osiągniętych uprzednio w [7]. Głównym celem Autora jest precyzyjna eksplikacja *paradoksu Löwenheima-Skolema*, rozprawa zawiera jednak także ogólniejsze rozważania (metateoretyczne) związane z modelami teorii aksjomatycznych, przede wszystkim dla teorii mnogości. Wprowadzone i badane przez Suszkę pojęcie *systemu kanonicznego* stanowi ważny przyczynek do metalogiki. Interesujące byłoby dokładniejsze zbadanie związków rezultatów otrzymanych w rozprawie z innymi podejściami (intuicjonizm, aksjomat konstruowalności, arytmetyzacja metalogiki, twierdzenia limitacyjne) i to zarówno proponowanymi w czasie, gdy powstawała rozprawa, jak i obecnie, po pół wieku.

W niniejszym opracowaniu ograniczymy się do próby przedstawienia głównych idei zawartych w pracy [11].

* * *

Twierdzenie Löwenheima-Skolema to jedno z najważniejszych metatwierdzeń logicznych. Głosi ono — w swobodnym sformułowaniu — że jeśli zbiór formuł ma model nieskończony, to ma również model przeliczalny. Znane są różne dowody tego twierdzenia, ukazano także jego związki z wieloma innymi wynikami. Podkreśla się często jego „paradoksalność", zwłaszcza w odniesieniu do teorii mnogości: z aksjomatu nieskończoności i z twierdzenia Cantora wynika istnienie zbiorów nieprzeliczalnych, jakże więc mogą się one „zmieścić" w przeliczalnym modelu teorii mnogości? Nadto, środki wyrażania, którymi dysponujemy w standardowych językach logiki są przeliczalne: jest przeliczalnie wiele skończonych ciągów utworzonych z przeliczalnego zbioru symboli. W szczególności, jest co najwyżej przeliczalnie wiele termów domkniętych, które mogą służyć jako nazwy obiektów uniwersum. Tę właśnie paradoksalność próbuje Suszko wyeksplikować w swojej rozprawie, odwołując się do stosownych rozważań metateoretycznych. Autor przytacza krótkie sformułowanie paradoksu zamieszczone w pracy Carnapa *The logical syntax of language*. Wtrącimy w tym miejscu trzy cytaty z prac innych autorów, dotyczące tego zagadnienia:

> By virtue of the axioms we can prove the existence of higher cardinalities, of higher number classes, and so forth. How can it be, then, that the entire domain B can already be enumerated

> by means of the finite positive integers? The explanation is not difficult to find. In the axiomatization, „set” does not mean an arbitrarily defined collection; the sets are nothing but objects that are connected with one another through certain relations expressed by the axioms. Hence there is no contradiction at all if a set M of the domain B is nondenumerable in the sense of the axiomatization; for this means merely that *within B* there occurs no one-to-one mapping Φ of M onto Z_0 (Zermelo's number sequence). Nevertheless there exists the possibility of numbering all objects in B, and therefore also the elements of M, by means of the positive integers; of course such an enumeration too is a collection of certain pairs, but this collection is not a „set” (that is, it does not occur in the domain B). It is also clear that the set UZ_0 [rodzina wszystkich podzbiorów zbioru Z_0 — J.P.] cannot contain as elements arbitrarily definable parts of the set Z_0. For, since the elements of UZ_0 are to be found among the objects of the domain B, they can be numbered with the positive integers just like the elements of Zermelo's number sequence Z_0, and in a well-known way a new part of Z_0 can be *defined*; but this part will not be a set, that is, will not belong to B.

[Skolem 1922: 295]

> This relativity of cardinalities is very striking evidence of how far abstract formalistic set theory is removed from all that is intuitive. One can indeed construct systems like Σ' that, by satisfying certain formal axioms, faithfully represent set theory down to the last detail and that, therefore, to all intents and purposes are formal set theory itself. In these systems, all known cardinalities occur, in their infinite multiplicity, which is larger than any cardinality. But as soon as one applies finer instruments of investigation („higher” systems P) all this fades aways to nothing. Of all the cardinalities only the finite ones and the denumerable one remain. Only these have real meaning; everything else is formalistic fiction.

[von Neumann 1925: 408]

> Upatrując sprzeczność w istnieniu modelu przeliczalnego dla aksjomatów teorii mnogości, popełniliśmy więc ten sam błąd, jaki prowadzi do antynomii semantycznych (por. Rozdział XII, 3, str. 315): nie odróżniliśmy pojęć systemu teorii mnogości od pojęć meta-matematycznych.
>
> Model teorii mnogości określony jest w meta-matematyce w *zbiorze przeliczalnym*; w modelu tym spełnione jest twierdzenie: istnieją *mnogości nieprzeliczalne*. Słowo *przeliczalny* ma za każdym razem inny sens: w pierwszym przypadku jako pojęcie z meta-matematyki, a w drugim — jako pojęcie z aksjomatycznego systemu teorii mnogości.

[Mostowski 1948: 359–360].

***

Pojęcie obiektu konstruowalnego i własności kanoniczności otrzymuje Suszko wychodząc od omówionych już w [6] pojęć: nazwy kategorematycznej oraz desygnowania przez tego typu nazwy (odpowiednio: k-nazwy oraz k-desygnowania). W rozważanych przez niego systemach kanonicznych uniwersa składają się dokładnie ze wszystkich obiektów k-desygnowanych przez k-nazwy. Ponieważ — mówiąc bardzo z grubsza — środki syntaktyczne badanych systemów są przeliczalne, a w systemach tych dowodzi się istnienia zbiorów nieprzeliczalnych, dochodzimy w ten sposób do paradoksu Skolema.

Punktem wyjścia jest pewien system aksjomatycznej teorii mnogości (M), podobny do systemów rozważanych przez Bernaysa i Gödla, z uwzględnieniem niektórych propozycji Quine'a ([Bernays 1937–1948], [Gödel 1940], [Quine 1946]).

W systemie tym mamy funktory zdaniotwórcze: ε, El. Wyrażenia $a\varepsilon b$ oraz $El(a)$ czytamy, odpowiednio: a jest elementem b oraz a jest elementem. Ponadto mamy:

- nazwy atomowe: ι_0 (odpowiada identyczności), ε_0 (odpowiada należeniu);
- funktory nazwotwórcze jednoargumentowe: τ (używany w aksjomacie gwarantującym ufundowanie), *dom* (odpowiada dziedzinie relacji), *cnv* (odpowiada konwersowi relacji), *cpr* (odpowiada pewnej operacji na ciągach uporządkowanych);
- funktory nazwotwórcze dwuargumentowe: $+, -, \times$ (odpowiadają: tworzeniu pary nieuporządkowanej, różnicy zbiorów oraz iloczynowi kartezjańskiemu zbiorów).

Szereg dalszych symboli wprowadzonych jest przez definicje nominalne; w szczególności definicję taką uzyskuje nazwa ω_0 (zbiór wszystkich skończonych liczb porządkowych). Kwantyfikację po obiektach, które są elementami oznaczają symbole $\forall_e$ oraz $\exists_e$. Wśród aksjomatów, podzielonych na trzy grupy, znajdujemy m.in. aksjomat zastępowania oraz aksjomat głoszący, że ω_0 jest elementem (nie ma natomiast aksjomatu wyboru). Autora nie interesują wszelkie konsekwencje przyjętych aksjomatów, lecz jedynie te, które odnoszą się do mocy zbiorów (w szczególności do przeliczalności zbiorów).

W przyjętym formalizmie nietrudno skonstruować wyrażenie postaci

$$\Phi_x[a, b, G\{x\}],$$

które czytamy: relacja a ustanawia wzajemnie jednoznaczną odpowiedniość między rodziną tych wszystkich niepustych podzbiorów x zbioru b, które spełniają warunek $G\{x\}$ a pewnym podzbiorem zbioru wszystkich skończonych liczb porządkowych. Dalej, widać, że wyrażenie

$$\neg\exists x\, \Phi_x[x, b, G\{x\}]$$

należy odczytać: rodzina tych wszystkich niepustych podzbiorów x zbioru b, które spełniają warunek $G\{x\}$, jest nieprzeliczalna.

Zostaje przedstawiony dowód (wykorzystujący stosowne rozumowanie przekątniowe) twierdzenia

$$\neg\exists x\, \Phi_t[x, \omega_0, t = t]$$

a więc twierdzenia głoszącego, że klasa wszystkich niepustych zbiorów skończonych liczb porządkowych jest nieprzeliczalna.

* * *

Rozważania metateoretyczne rozpoczyna Suszko od przedstawienia zasad tworzenia metasystemu (μX) dla danego systemu (X) poprzez dołączenie do (X) jego *morfologii* oraz (realnych) definicji stosownych pojęć metalogicznych. Procedura ta nawiązuje do prac Tarskiego i Quine'a [Tarski 1933, 1935], [Quine 1946].

Dla rozważanego w pracy systemu teorii mnogości (M) jego metasystem (μM) jest dwusortowy — zawiera wyrażenia nazywające wyrażenia oraz wyrażenia nazywające zbiory (w zapisie odróżniane przez stosowne indeksy).

Wprowadza się, poprzez stosowne definicje ancestralne (którym przyporządkowane są również oczywiście odpowiednie zasady indukcji zupełnej), pojęcia: *k-nazwy* oraz *k-desygnowania*. Wyrażenia $k - Nom^{(M)}(a_0)$ oraz $k - Des^{(M)}(a_0, b)$ czytamy, odpowiednio: a_0 jest k-nazwą w (M) oraz a_0 k-desygnuje b w (M). Warunki adekwatności, charakteryzujące te pojęcia (a omawiane już w [6]) stają się twierdzeniami systemu (μM).

Jeśli a jest dowolną nazwą w (M), to zdanie $a = a$ możemy czytać: a jest *obiektem z uniwersum systemu* (M). Nadto, wyrażenie postaci

$$\exists x_0\, k - Des^{(M)}(x_0, a)$$

można czytać: *a jest obiektem konstruowalnym w* (M).

Wreszcie, mówimy, że system (M) jest *kanoniczny* wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$\forall t \exists z_0\, k - Des^{(M)}(z_0, t).$$

Buduje się system (M^*) poprzez dołączenie do (M) nowego jednoargumentowego funktora zdaniotwórczego M^*n (wraz z charakteryzującym go aksjomatem i stosowną zasadą indukcji zupełnej). Wyrażenia $M^*n(a)$ oraz $El(a) \wedge M^*n(a)$ czytamy, odpowiednio: *a* jest *k-zbiorem* oraz *a* jest *k-elementem*.

Pokazuje się, z użyciem stosownych konstrukcji metalogicznych, że pojęcie *k*-zbioru jest „obiektywnym” odpowiednikiem pojęcia zbioru konstruowalnego w (M) (a także pojęcia zbioru konstruowalnego w (M^*)). Zatem, warunkiem koniecznym i wystarczającym na to, aby (M) był systemem kanonicznym jest aby każdy obiekt (zbiór) z uniwersum systemu (M) był *k*-zbiorem (podobnie dla (M^*)).

Bada się niektóre własności *k*-zbiorów. W systemie (M^*) można udowodnić wszystkie twierdzenia systemu (M). Nadto, twierdzeniem (M^*) jest np. zdanie, głoszące iż nie istnieje relacja (będąca *k*-zbiorem!) ustanawiająca przeliczalność ogółu wszystkich niepustych podzbiorów ω_0, które są *k*-zbiorami.

Udowadnia się (wykorzystując technikę relatywizacji zmiennych do *k*-zbiorów), że system *k*-zbiorów jest modelem dla systemu (M^*) (interpretacją systemu (M^*) w nim samym). W modelu tym prawdziwe jest zdanie $\forall t M^*n(t)$. Stąd, jeśli niesprzeczny jest system (M^*), to niesprzeczny jest także system $(\overline{M^*})$, powstający z (M^*) przez dodanie tego właśnie zdania.

Suszko stwierdza, że wspomniane wyżej zdanie (*aksjomat kanoniczności*) jest formalną precyzacją tzw. *Beschränkheitsaxiom*, którego autorem jest Fraenkel i który — dodany na końcu aksjomatyki — głosi, że nie istnieją żadne inne zbiory oprócz tych, których istnienie wynika z przyjętych uprzednio aksjomatów teorii mnogości. System $(\overline{M^*})$ jest bowiem systemem kanonicznym. Nadto, ponieważ w (M^*) prawdziwe są wszystkie twierdzenia systemu (M), a więc również twierdzenia orzekające istnienie nieprzeliczalnie wielu obiektów, dostajemy stąd, iż aksjomat kanoniczności pozwala sformułować eksplikację paradoksu Löwenheima-Skolema.

* * *

W uwagach zamykających rozprawę Suszko wspomina o związkach jego ujęcia z intuicjonizmem, konstruowalnością w sensie Gödla i arytmetyzacją metalogiki.

Rozprawę *Canonic axiomatic systems* kończy zdanie:

> In the light of this, as well as of the whole trend of our considerations, it becomes evident that the set-theoretical notion of denumerability should be reconsidered anew.

* * *

Nie możemy podjąć się w tym miejscu jakiejkolwiek generalnej oceny rozprawy [11] z perspektywy obecnej sytuacji w badaniach nad podstawami teorii mnogości — prawo do wydania takiej oceny należy do specjalistów w tej dziedzinie. Ograniczymy się do podania kilku cytatów z prac, w których wspomina się dokonania Suszki dotyczące systemów kanonicznych.

> Większość matematyków, operujących wyrażeniami nieelementarnymi, stroni od analizowania podstaw teorii mnogości. Z natury rzeczy pojęcie wynikania między zdaniami nieelementarnymi jest dla tych matematyków niesprecyzowane i sprecyzować się nie da, dopóki matematycy ci nie zrezygnują z zajmowania „naiwnego” stanowiska w teorii mnogości.

Istnieją natomiast większe możliwości scharakteryzowania stosunku wynikania między zdaniami nieelementarnymi, jeśli przyjmiemy stanowisko konstruktywne wobec teorii mnogości. *Suszko* zwrócił uwagę na to, że tak postawione zagadnienie twierdzenia o zupełności dla zdań nieelementarnych prowadzi do zupełnie konkretnej problematyki, którą nikt dotychczas się nie zajmował.

[Mostowski 1955: 38–39]

Another axiom which was suggested [Suszko 1951] as a formalized version of the axiom of restriction is an axiom which asserts that every set „has a name", i.e. for every set *x* there is a parameterless condition $\mathfrak{P}$ such that *x* is the only set which fulfils $\mathfrak{P}$ (in this case we say that $\mathfrak{P}$ is a *description* of *x*).

[Fraenkel, Bar Hillel, Levy 1973: 116]

Whereas Axiom VII and VIII *extend* our system by warranting comprehensive sets of certain types, some way of *restricting* the system is desirable as well. It is more than doubtful whether this purpose can be reached by a *general* postulate [tu przypis: Suggested in Fraenkel 1921/22], rejected in von Neumann [1925], vindicated in Suszko [1951] and Carnap [1954] (p. 154). — J.P.] — a kind of counterpart of Hilbert's *Vollständigkeitsaxiom* — which restricts the system to the minimal extent compatible with I–VIII, similar to the task of Peano's axiom of mathematical induction with respect to his other axioms.

[Bernays, Fraenkel 1958: 23]

That the model should satisfy also all other axioms of *G* is, though plausible, not at all obvious. Indeed, this is true only because of many peculiar properties of the system *G*. This truth is established in Suszko [23] and Myhill [16], independently of each other. Suszko and Myhill have proved that the consistency of *G* is not impaired if we add as an additional axiom the assertion that all sets belong to the simple model which satisfies *A*4 and *B*1–*B*8. This result is similar to the general Theorem I proved above. But it is, on account of special properties of *G*, stronger in that a simpler enumeration function is used and there is no need to add Hilbert's ε-operator.

Incidentally, Suszko's proof uses auxiliary metalinguistic concepts which can be dispensed with by using the arithmetization of syntax. Myhill's presentation of his proof is rather condensed. There are places where the speaker is not able to follow his steps of argument.

It does not appear justified to consider the major significance of this result about *G* as proving that there are no nameless sets. In the first place, there are other known methods of giving every set in *G* a name, e.g., by using Hilbert's ε-operator and then taking the denumerable totality of all the ε-terms of G_ε. In the second place, those who believe in the existence of nameless sets would assert, truly I think, that there are in any case sets which are not available in the system *G*, and that, therefore, although there are no nameless sets in *G*, there might still be nameless sets.

[Wang 1955: 64–65]

Co prawda, Suszko[4)] oraz Carnap[5)] przedstawili niedawno pewne uzasadnione argumenty na rzecz takiego aksjomatu ograniczoności, przy czym Carnap sformułował je w sposób symboliczny jako aksjomat modelu minimalnego[6)].

[Tu przypis czwarty brzmi: Suszko, 51, nazywa ten aksjomat aksjomatem kanoniczności i twierdzi, że „stanowi on dokładne sformułowanie tzw. *Beschränkheitsaxiom* Fraenkela". Szczegółowo omawia związek tego aksjomatu z paradoksem Skolema.]

[Fraenkel, Bar Hillel 1958: 116]
Tłumaczenie z wydania rosyjskiego — J.P.

***

Rozprawa [11] była recenzowana przez Jana Kalickiego w *Journal of Symbolic Logic*, **17**, 211–212.

Suszko raz jeszcze powrócił do problematyki związanej z paradoksem Löwenheima-Skolema — w recenzji zatytułowanej *Wyprawa przeciw skolemitom* (*Studia Filozoficzne*, nr **2** (**49**), 1967, 264–266) z pracy Michaela Davida Resnika *On Skolem's paradox* zamieszczonej w *The Journal of Philosophy* Volume **63**, Number **15**, 1966, 425–438.

Problematyka dotycząca paradoksu Löwenheima-Skolema ma bogatą literaturę. Nie jest celem niniejszego opracowania sprawozdanie stanu badań w tej dziedzinie. Pozwólmy sobie jedynie na uwagę, że uzasadnione jest przekonanie, iż to, co nazywamy paradoksem Löwenheima-Skolema wcale paradoksem nie jest. Mamy do czynienia z pewną własnością systemów formalnych, przysługującą im ze względu na zasady przestrzegane przy ich konstruowaniu. Twierdzenie Löwenheima-Skolema, podobnie jak twierdzenie Gödla o niezupełności, pokazuje pewne — obiektywne — ograniczenia metody aksjomatycznej w logice pierwszego rzędu.

4 Inne prace

7 kwietnia 1951 roku na wspólnym posiedzeniu Komisji Filozoficznej Poznańskiego Towarzystwa Przyjaciół Nauk oraz Towarzystwa Filozoficznego Suszko wygłosił odczyt *O podwójnej relatywizacji pojęcia prawdy*. W październiku tegoż roku złożył w redakcji *Myśli Filozoficznej* pracę *O niektórych zagadnieniach dotyczących logiki formalnej*, która — jak pisze sam Autor — w owym okresie nie mogła być ogłoszona. W 1957 roku w numerach **2** (28) oraz **3** (29) *Myśli Filozoficznej* ukazała się rozprawa Suszki *Logika formalna a niektóre zagadnienia teorii poznania. Diachroniczna logika formalna*, będąca rezultatem „kondensacji oraz modernizacji” dwóch wyżej wspomnianych prac. Rozprawa ta stanowi jedno z pierwszych zastosowań teorii modeli w rozważaniach epistemologicznych i miała znaczący wpływ na prace innych badaczy zajmujących się odnośną problematyką. Również sam Suszko kilkakrotnie do problematyki tej powracał. Powyższe i późniejsze prace Suszki poświęcone logice diachronicznej były dokładniej omawiane przez kilku autorów (Omyła, Woleński, Kmita, Marciszewski, Wolniewicz).

W bibliografii wspomnianej wyżej rozprawy Suszko informuje o przygotowanej przez siebie do druku w *Studia Logica* pracy *Syntax and Model*. Można przypuszczać, że chodzi tu o jakąś wstępną wersję artykułów *Syntactic structure and semantical reference* I, II, które ukazały się wkrótce w *Studia Logica* (I: w numerze **VIII** w 1958 roku, złożone do redakcji 7 listopada 1957 roku; II: w numerze **IX** w 1960 roku, złożone do redakcji 20 września 1958 roku). Prace te nie należą oczywiście do „okresu poznańskiego”. Natomiast praca *W sprawie antynomii kłamcy i semantyki języka naturalnego* opublikowana w 1957 roku w *Zeszytach Naukowych Wydziału Filozoficznego Uniwersytetu Warszawskiego* nr **3**, PWN, Warszawa i datowana 15 kwietnia 1956 roku związana jest prawdopodobnie z pracą *O antynomiach logicznych*, zgłoszoną do druku w wydawnictwie Komisji Filozoficznej PTPN 4 kwietnia 1952 roku. Jak wynika z dokumentów archiwalnych, *O antynomiach logicznych* było planowane do druku w 1953 a następnie w 1954 roku w Poznaniu, ostatecznie jednak nie ukazało się w wydawnictwach PTPN.

19 października 1949 roku Suszko wygłosił odczyt *Logika matematyczna i teoria podstaw matematyki w ZSRR* na publicznym posiedzeniu Poznańskiego Towarzystwa Filozoficznego. Tekst tego odczytu zawiera artykuł [8] opublikowany w *Myśli Współczesnej*. Autor przedstawia najważniejsze osiągnięcia logików i matematyków pracujących w ZSRR (oraz, wcześniej, w Rosji carskiej). Omawia dokonania w logice intuicjonistycznej (Kołmogorow, Gliwienko), prace dotyczące historii matematyki (Juszkiewicz, Janowska), badania nad rozstrzygalnością i teorią funkcji obliczalnych (Żegałkin, Nowikow, Markow). Szczególną uwagę poświęca związkom logiki z dialektyką oraz problematyce wykrywania i usuwania antynomii. Lektura niektórych prac Romana Suszki pozwala odnieść wrażenie, że Autorowi bardzo zależy na wydobyciu z filozofii marksistowskiej możliwie jak

największej ilości zagadnień merytorycznych, które mogą być zarówno uzgadniane z ustaleniami logiki formalnej jak i eksplikowane przez tę ostatnią. Piszący te słowa odczytuje jako dwuznaczne (jeśli idzie o adresatów zawartego w nim apelu) zdanie kończące pracę [8]:

> I sądzę, że przyswojenie sobie zasad dialektyki materialistycznej przez polską szkołę logiczno-matematyczną odegra z pewnością tylko rolę zapładniającą.

W artykule *Aksjomat, analityczność i aprioryzm* opublikowanym w 1952 roku w *Myśli Filozoficznej* Suszko zawarł szereg uwag krytycznych pod adresem neopozytywizmu (logicznego pozytywizmu, empiryzmu logicznego). Sporo uwagi poświęca też Autor zagadnieniom filozofii matematyki: opisowi związków między matematyką a rzeczywistością (pozajęzykową), genezie pojęć matematycznych i logicznych, problematyce konwencjonalizmu i epistemologii matematyki. Wydaje się, że niektóre z jego obserwacji odnaleźć można — w dojrzalszej formie — we *Wstępie do zagadnień logiki* zaczynającym jego *Wykłady z logiki formalnej* opublikowane w 1965 roku.

* * *

Suszko napisał ogółem sześć recenzji. Cztery z nich wykonane zostały w „okresie poznańskim". Są to recenzje dwóch prac Jerzego Łosia, artykułu Jerzego Słupeckiego oraz podręcznika Andrzeja Mostowskiego.

5 Uwagi końcowe

Bogaty dorobek naukowy Romana Suszki niewątpliwie wart jest całościowego, dokładnego omówienia. W szczególności, interesujące wydaje się nie tylko przedstawienie oryginalnych dokonań Suszki oraz ich oddziaływania na logikę współczesną, lecz również spróbowanie ukazania, jakim zmianom, jakiemu rozwojowi podlegały jego idee logiczne, a także …co uważać można za *niezmienniki* w poglądach tego jednego z najwybitniejszych polskich logików dwudziestowiecznych.

* * *

Przypis dodany w 2004 roku. Niniejszy tekst skierowany został do publikacji w 2002 roku. Już po tym fakcie ukazał się numer archiwalny *Kwartalnika Filozoficznego*, tom **XIX**, zeszyt **3/4** z 1950 roku, wydany przez Polską Akademię Umiejętności oraz Uniwersytet Jagielloński w Krakowie w 2002 roku. Okoliczności odnalezienia tego numeru omówione są we wstępie redakcyjnym. Numer zawiera tekst Romana Suszki *Konstruowalne przedmioty i kanoniczne systemy aksjomatyczne.* (na stronach 331–359). Tekst został nadesłany do redakcji 12 czerwca 1950 roku. Poza zmianą w tytule, tekst dokładnie odpowiada omówionemu wyżej późniejszemu tekstowi angielskiemu *Canonic axiomatic systems*.

Bibliografia

Ajdukiewicz, K. 1936. Die Definition. Paris: *Actes du Congres International de Philosophie Scientifique* V.

Archiwum Poznańskiego Towarzystwa Przyjaciół Nauk (Komisja Filozoficzna). Teczki: 435 oraz 438.

Archiwum Uniwersytetu Poznańskiego. Teczka: *Suszko Roman*, Wydział Matematyczno-Przyrodniczy, fizyka, 1937–1939, Sygnatura 103c/2215.

Archiwum Uniwersytetu Poznańskiego. Protokoły posiedzeń Rad Wydziałów: Matematyczno-Przyrodniczego U.P. oraz Matematyki, Fizyki i Chemii.

Batóg, T. 1999^3. *Podstawy logiki.* Poznań: Wydawnictwo Naukowe UAM,.

Bernays, P. 1937–1948. A system of axiomatic set theory. *The Journal of Symbolic Logic*, **II** (1937), **VI** (1941), **VII** (1942, 1943), **XIII** (1948).

Bobrowski, D. 1951. *Bezaksjomatyczne systemy rachunku zdań.* Praca magisterska, Uniwersytet Poznański.

Carnap, R. 1937. *The logical syntax of language.* London.

Fraenkel, A. 1927. *Zehn Vorlesungen über die Grundlagen der Mengenlehre.* Leipzig und Berlin.

Fraenkel, A., Bar Hillel, Y. 1958. *Foundations of set theory.* Amsterdam: North Holland Publishing Company.

Fraenkel, A. 1961. *Abstract set theory.* Amsterdam: North Holland Publishing Company.

Fraenkel, A., Bernays, P. 1958. *Axiomatic set theory.* Amsterdam: North Holland Publishing Company.

Fraenkel, A., Bar Hillel, Y., Levy, A. 1973. *Foundations of set theory.* Amsterdam – London: North Holland Publishing Company.

Gödel, K. The consistency of the axiom of choice and of the generalized continuum hypothesis with the axioms of set theory. Princeton: *Annals of Mathematics Studies* **3**.

Grot, Z. (Ed.). 1971. *50 lat Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza 1919–1969.* Poznań.

Grot, Z. (Ed.). 1972. *Dzieje Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza 1919–1969.* Poznań.

van Heijenoort, J. (Ed.) 1967. *From Frege to Gödel: A source book in mathematical logic, 1879–1931.* Cambridge, Mass.

Hetper, W. 1938. Rachunek zdań bez aksjomatów. *Archiwum Towarzystwa Naukowego we Lwowie* Dział **III**, Tom **X**, Lwów.

Hetper, W. 1936. Podstawy semantyki. *Wiadomości Matematyczne* **XLIII**, Warszawa.

Hilbert, D., Bernays, P. 1934 (I), 1939 (II). *Grundlagen der Mathematik.* Berlin.

Iwanicki, J. 1949. *Dedukcja naturalna i logistyczna.* Warszawa: Nakładem Polskiego Towarzystwa Teologicznego w Warszawie.

Kleene, S.C. 1952. *Introduction to metamathematics.* Amsterdam.

Kronika Uniwersytetu Poznańskiego za lata 1945–1955.

Łuszczewska-Romahnowa, S. 1973. Logika. In: G. Labuda (Ed.) *Nauka w Wielkopolsce*. Poznań: Wydawnictwo Poznańskie.

Mostowski, A. 1949. An undecidable arithmetical statement. *Funadamenta Mathematicae* **36**, 143–164.

Mostowski, A. 1955. Współczesny stan badań nad podstawami matematyki. *Prace matematyczne* **1**, 13–55.

Mostowski, A. 1954. Podstawy matematyki na VIII Zjeździe Matematyków Polskich. *Myśl Filozoficzna* **2** (**12**), 327–329.

Mostowski, A. 1948. *Logika matematyczna.* Warszawa–Wrocław.

Myhill, J. 1952. The hypothesis that all classes are nameable. *Proc. Nat. Acad. Sci. USA* **38**, 979.

Myhill, J. 1951. On the ontological significance of the Löwenheim-Skolem theorem. In: M. White (Ed.) *Academic Freedom, Logic and Religion.* The University of Pennsylvania Press.

Ne cedat academia. Kartki z dziejów tajnego nauczania w Uniwersytecie Jagiellońskim 1939–1945. Kraków: Wydawnictwo Literackie, 1975.

von Neumann, J. 1925. An axiomatization of set theory. In: [van Heijenoort 1967], 393–413.

Porębska, M., Suchoń, W. 1991. *Elementarne wprowadzenie w logikę formalną.* Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe.

Quine, W.V.O. 1941. Element and number. *The Journal of Symbolic Logic* **VI**, 135–149.

Quine, W.V.O. 1946. Concatenation as a basis for arithmetic. *The Journal of Symbolic Logic* **XI**, 105–114.

Quine, W.V.O. 1974. *Logika matematyczna.* Warszawa: PWN.

Skolem, T. 1922. Some remarks on axiomatized set theory. In: [van Heijenoort 1967], 290–301.

Słupecki, J. 1949. O właściwych regułach inferencyjnych. *Kwartalnik Filozoficzny* **18**, 309–312.

Stonert, H. 1959. *Definicje w naukach dedukcyjnych.* Łódź: Zakład Narodowy im. Ossolińskich we Wrocławiu.

Tarski, A. 1933. Einige Betrachtungen über die Begriffe der ω-Widerspruchsfreiheit und ω-Vollständigkeit. *Monatshefte für Mathematik und Physik* **XL**, 97–112.

Tarski, A. 1935. Methodologische Betrachtungen über die Definierbarkeit der Begriffe. *Erkenntnis* **V**, 80-100.

Tarski, A. 1935a. Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen. *Studia Philosophica* **I**, 261–405.

Wang, H. 1955. On denumerable bases of formal systems. In: *Mathematical interpretation of formal systems.* Amsterdam: North Holland Publishing Company, 57–84.

Wang, H. 1963. *A survey of mathematical logic.* Peking: Science Press; Amsterdam: North Holland Publishing Company.

Woleński, J. 1993. *Metamatematyka a epistemologia.* Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.