

*Teresa Czyż, Jan Hauke*

*Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu  
Instytut Geografii Społeczno-Ekonomicznej i Gospodarki Przestrzennej  
Zakład Analizy Regionalnej  
e-mail: tczyz@amu.edu.pl, jhauke@amu.edu.pl*

## Zastosowanie miary entropii do badania zmian w zróżnicowaniu regionalnym Polski

**Zarys treści:** W artykule przedstawiono zastosowanie entropijnej statystyki Shannona i algorytmu opracowanego przez Semple'a i Gauthier w badaniu zmian w zróżnicowaniu regionalnym Polski. Dokonano oceny wartości poznawczej tej metody ze względu na możliwość analizy relacji między nierównościami między- i wewnątrzregionalnymi.

**Słowa kluczowe:** entropijna miara nierówności, algorytm dekompozycji nierówności regionalnych, zmiany w nierównościach, Polska

### Wprowadzenie

Współczesnym problemem rozwoju społeczno-gospodarczego w aspekcie geograficznym jest utrzymujące się, a nawet pogłębiające się zróżnicowanie przestrzenne występujące i rozpatrywane w ujęciu regionalnym. Nierówności regionalne (regiony słabo rozwinięte, polaryzacja rozwoju, peryferyjność) nie sprzyjają procesowi rozwoju, a nawet go hamują (Ezcurra 2007). Powodują narastanie silnych kontrastów w poziomie życia ludności, które prowadzą do napięć i konfliktów społecznych, różnicują zdolność regionów do podejmowania własnych działań na rzecz rozwoju, ograniczają możliwość nawiązywania współpracy międzyregionalnej. W krajach Unii Europejskiej, w tym w Polsce, głównym celem polityki regionalnej jest osiągnięcie wewnętrznej spójności ekonomicznej i społecznej przez redukcję nierówności regionalnych.

Dotychczasowe działania w ramach polityki regionalnej, polegające na wsparciu regionów funduszami pomocowymi Unii Europejskiej, nie dały oczekiwanych rezultatów w zakresie zmniejszania się różnic międzyregionalnych w ramach państw (Szlachta 2013). Dlatego dokonano modyfikacji polityki regionalnej, wprowadzając nowe rodzaje narzędzi, które mogą pomóc w pobudzeniu rozwoju regionów i zagwarantują spójność (European Commission 2014).

Równoległe ze zmianami w aktywistycznym modelu polityki regionalnej prowadzone są studia poznawcze. Obejmują one: (1) badania o charakterze empiryczno-diagnostycznym, dotyczące stanu i zmian w zróżnicowaniu regionalnym, które stanowią podstawę ewaluacji efektów realizowanej polityki regionalnej oraz (2) problematykę metodologiczną, na którą składa się głównie zagadnienie adekwatności wskaźników społeczno-ekonomicznych w analizie poziomu rozwoju oraz propozycje stosowania wyrafinowanych modeli i metod matematyczno-statystycznych, stwarzających nowe możliwości poznawcze.

Problem właściwego doboru wskaźnika poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego regionów jest ciągle dyskutowany i pozostaje otwarty. Najczęściej stosowany jest dochód regionalny: produkt krajowy brutto (PKB) i produkt krajowy brutto per capita (PKB per capita). Zwraca się jednak uwagę na nieadekwatność tego wskaźnika, który jest miarą wielkości działalności gospodarczej, zlokalizowanej w określonym regionie, ale nie uwzględnia wpływu relacji przestrzennych i społeczno-gospodarczych, zachodzących w całym systemie regionalnym, na poziom rozwoju każdego regionu (Czyż 2012). W związku z tym jedną z propozycji modyfikacji tego wskaźnika, dokonanej z wykorzystaniem metody potencjału matematycznego, jest miara systemowa w postaci ilorazu potencjału dochodu i potencjału ludności (Czyż 2002).

Wprowadza się również nowe wskaźniki społeczno-gospodarcze (Blakely, Bradshaw 2002, Kudrycka 2014). Jednak w praktyce badawczej PKB per capita jako „gotowy” wskaźnik, dostępny w statystyce oficjalnej, pozostaje najczęściej stosowanym wskaźnikiem poziomu rozwoju w analizie regionalnej.

Na podstawie przeglądu dotychczasowego dorobku metodologicznego studiów regionalnych, można stwierdzić, że podstawową statystyczną metodą badania zróżnicowania regionalnego jest analiza wariancji. Metodę tę stosuje się także w analizie konwergencji sigma, gdy porównuje się w serii czasowej stopień zróżnicowania regionalnego (patrz: De la Fuente 2002). Jednak w związku z pewnymi ograniczeniami w użyciu analizy wariancji, wynikającymi z jej założeń, poszukuje się innych metod matematyczno-statystycznych opisu zróżnicowania regionalnego (Semple, Gauthier 1972).

Celem niniejszego artykułu jest ocena możliwości poznawczych metody entropii przestrzennej w badaniu stanu i zmian w kształtowaniu się nierówności regionalnych. Metoda ta jak dotąd nie znalazła szerokiego zastosowania w badaniach zróżnicowania regionalnego. W postępowaniu badawczym jej prezentacja oparta jest na komplementarnym ujęciu i wiąże matematyczno-strukturalny aspekt metody z jego empiryczną interpretacją. Przedmiotem badań są zmiany w zróżnicowaniu regionalnym Polski w latach 2005–2012.

## Metoda badawcza

Entropia jest miarą stopnia niepewności w rozkładzie prawdopodobieństwa zmiennych losowych. Pojęcie entropii powstało na gruncie termodynamiki i zna-

lazło zastosowanie w wielu dziedzinach nauki. Do teorii informacji pojęcie to wprowadził Shannon (1948).

W geografii entropia jest używana jako miara uporządkowania przestrzennego lub jednorodności badanego systemu empirycznego. Maksimum entropii oznacza maksimum nieporządku przestrzennego, minimum entropii – całkowite uporządkowanie systemu.

W geografii społeczno-ekonomicznej za prekursora wykorzystania koncepcji entropii uznaje się Wilsona (1967, 1970), który jest twórcą modeli przestrzennego oddziaływania opartych na entropii. Kolejne zastosowania dotyczyły coraz szerszego zakresu zagadnień geograficznych (patrz: Czyż, Hauke 2015). W badaniu nierówności regionalnych pierwsi wprowadzili metodę entropii Semple i Gauthier (1972).

Współcześnie entropia przestrzenna wchodzi w skład dorobku metodologicznego geografii światowej. Istotną rolę w dalszym rozwoju koncepcji geograficznej entropii odgrywają prace Wilsona (2010) i Batty (2010). W Polsce wzrost zainteresowania metodą entropii obserwuje się w ekonometrii przestrzennej (Wędrowska 2010, 2012). W polskiej geografii społeczno-ekonomicznej do najnowszych prac należy zaliczyć pracę na temat zastosowania entropii w badaniu zmian w strukturze użytkowania ziemi w obszarach metropolitalnych (Werner i in. 2014) oraz w analizie konwergencji rozwoju regionalnego (Kudrycka 2014).

W niniejszym artykule opartym na opracowaniu Czyż i Hauke (2015), dotyczącym nierówności regionalnych w Polsce, jako miarę entropii wykorzystuje się statystykę entropii, sformułowaną na gruncie teorii informacji przez Shannona (Shannon 1948, Shannon, Weaver 1949, Kudrycka 2014). Według Shannona (1948) informację uzyskaną w wyniku pojawienia się zdarzenia losowego określa funkcja prawdopodobieństwa  $p$  o postaci  $\log 1/p = -\log p$ , która może być również ujmowana jako miara niepewności wystąpienia zdarzenia.

Dla szeregu zdarzeń losowych  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , z prawdopodobieństwami  $p(x_i)$  spełniającymi warunek

$$0 \leq p(x_i) \leq 1, \sum_{i=1}^n p(x_i) = 1,$$

Shannon (1948) określił średnią informację, czyli entropię  $H(x)$ , jako wartość oczekiwaną (przeciętną) tych prawdopodobieństw wyrażoną wzorem:

$$H(x) = -\sum_{i=1}^n p(x_i) \log p(x_i)$$

lub wzorem:

$$H(x) = \sum_{i=1}^n p(x_i) \log_2 \frac{1}{p(x_i)} \quad (1)$$

Stosowanie logarytmu o podstawie 2 oznacza pomiar informacji w bitach. Funkcja entropii Shannona ma następujące własności:

1.  $H(x) \geq 0$ , czyli jest wielkością nieujemną,
2.  $H(x)$  przyjmuje wartość zero, gdy  $p(x_i) = 1$ , dla określonego  $i$ ; co oznacza brak niepewności,
3.  $H(x)$  przyjmuje wartość największą równą  $\log_2 n$ , gdy wszystkie wartości  $p(x_i)$  są równe dla  $i = 1, 2, \dots, n$ . Maksimum  $H(x)$  oznacza całkowitą niepewność (gdy nie można powiedzieć, że jedna możliwość jest bardziej prawdopodobna niż inna) czyli bezład, inaczej całkowitą jednorodność (równomierny rozkład).

Statystyka entropii  $H(x)$  jako miara równomiernego rozkładu stanowi podstawę do skonstruowania miary nierówności  $I(x)$ , w języku teorii informacji – miary różnic w wielkości informacji (measure of information difference). Miarę nierówności  $I(x)$  określa równanie:

$$\begin{aligned} I(x) &= H(x)_{\max} - H(x) = \log_2 n - \sum_{i=1}^n p(x_i) \log_2 \frac{1}{p(x_i)} \\ &= \sum_{i=1}^n p(x_i) \log_2 [n p(x_i)], \end{aligned} \quad (2)$$

przy czym

$$0 \leq I(x) \leq \log_2 n,$$

gdzie wartość  $I(x) = 0$  wskazuje na brak nierówności (rozkład równomierny), a wartość  $I(x) = \log_2 n$  oznacza maksymalną nierównomierność występowania zdarzenia  $x$ .

Miara nierówności jest metodą użyteczną w kontekście badań nad zróżnicowaniem przestrzennym. W analizie nierówności regionalnych metodę tę zastosowali Semple i Gauthier (1972) oraz Gauthier i Semple (1974) według następującego algorytmu.

W postępowaniu badawczym wyróżnia się dwa etapy.

W pierwszym etapie statystykę entropii Shannona w postaci:

$$H(x) = \sum_{r=1}^R \left[ \sum_{i \in S_r} p(x_i) \log_2 \frac{1}{p(x_i)} \right], \quad (3)$$

gdzie:

$S_r$  =  $r$ -ty region  $S$ ,  $r = 1, 2, \dots, R$ ,

$n_r$  = liczba subregionów w regionie  $r$ ,

$n = \sum_{r=1}^R n_r$  = całkowita liczba subregionów,

$x_i$  = wartość zmiennej  $x$  w subregionie  $i$ ,

przekształca się w równanie entropii o postaci:

$$\begin{aligned}
 H(x) = & \sum_{r=1}^R p(x_r) \log_2 \frac{1}{p(x_r)} + \\
 & + \sum_{r=1}^R p(x_r) \left[ \sum_{i \in S_r} \frac{p(x_i)}{p(x_r)} \log_2 \frac{1}{\frac{p(x_i)}{p(x_r)}} \right].
 \end{aligned} \tag{4}$$

Równanie (4) ma dwa składniki: pierwszy składnik jest entropią zmiennej w układzie międzyregionalnym, drugi składnik jest ważoną średnią entropią wewnątrzregionalną.

W drugim etapie na podstawie równania (4) formułuje się następującą statystykę nierówności

$$\begin{aligned}
 I(x) = & \sum_{r=1}^R p(x_r) \log_2 \frac{p(x_r)}{\frac{n_r}{n}} + \\
 & + \sum_{r=1}^R p(x_r) \left[ \sum_{i \in S_r} \frac{p(x_i)}{p(x_r)} \log_2 \frac{\frac{p(x_i)}{p(x_r)}}{\frac{1}{n_r}} \right].
 \end{aligned} \tag{5}$$

Pierwszy człon równania (5) mierzy nierówności międzyregionalne. Jest równy zero, gdy  $p(x_r) = n_r/n$ . Ta sytuacja występuje tylko wtedy, gdy wartość  $x$  dla każdego z regionów jest taka sama jak średnia z wartości  $x$  dla regionów.

Drugi człon jest miarą nierówności wewnątrzregionalnych. Jest równy zero, gdy  $p(x_i)/p(x_r) = 1/n_r$ . Ta sytuacja występuje tylko wtedy, gdy wszystkie

$\frac{p(x_i)}{p(x_r)} = \frac{1}{n_r}$  dla subregionów są równe wewnątrz ich regionów.

Entropijna miara nierówności wprowadza założenie losowości przestrzennej i daje specyficzne możliwości analityczne:

1. Entropia zakłada, że rozkład przestrzenny zjawiska (np. dochodu jako wskaźnika poziomu rozwoju regionów) jest rozkładem zmiennej losowej z określonym prawdopodobieństwem. Odchylenia od tego rozkładu zawierają istotną informację, która ujawnia ukryty porządek przestrzenny zjawiska.
2. Struktura matematyczna tej statystyki pozwala wyróżnić dwa składniki zróżnicowania systemu regionalnego: nierówności międzyregionalne i nierówności wewnątrzregionalne oraz określić ich relacje.

## Analiza empiryczna

W badaniu zróżnicowania regionalnego Polski w latach 2005–2012 z zastosowaniem entropijnej miary nierówności układ podstawowych jednostek tworzy 66 subregionów. Subregiony wchodzi w skład 16 regionów (województw). Regiony mają różną liczbę subregionów (od 2 do 8), które tworzą ich wewnętrzną strukturę (ryc. 1).

W podziale statystyczno-terytorialnym Unii Europejskiej regiony odpowiadają jednostkom NUTS2, a subregiony – jednostkom NUTS3.

Jako miary rozwoju społeczno-gospodarczego regionów i subregionów stosuje się: 1) dochód regionalny i dochód subregionalny w postaci wartości dodanej brutto (WDB w zł), czyli wielkość bezwzględna, 2) dochód ważony liczbą ludności (L) WDB na mieszkańca, czyli wielkość względna. Przyjmuje się, że dochód regionu i dochód subregionu określa ich siłę gospodarczą, natomiast dochód przeliczony na mieszkańca – poziom ich rozwoju społeczno-gospodarczego. W latach 2005–2012 polskie regiony wykazują wzrost dochodu i równoczesny



Ryc. 1. Podział Polski na subregiony

wzrost dochodu na mieszkańca. Te dwie miary różnią się jednak pod względem stabilności w czasie. Prawdopodobieństwo niestabilności jest większe w przypadku dynamiki względnej niż dynamiki bezwzględnej (Domański 2012: 194). W regionach wzrost dochodu na mieszkańca jest często połączony z fluktuacjami w rozwoju demograficznym regionu, a nawet ze spadkiem liczby ludności (regiony: łódzki, śląski, opolski, świętokrzyski).

Serie czasowe danych pochodzą ze statystyki oficjalnej (GUS, Baza Danych Lokalnych) i dotyczą lat 2005–2012. Wybór zakresu czasowego badań łączy się z możliwością uchwycenia w zróżnicowaniu regionalnym zmian jako efektów wynikających z prowadzenia w Polsce od 2004 r. nowej polityki regionalnej, już w ramach UE.

W postępowaniu badawczym w celu określenia zróżnicowania w systemie regionalnym Polski stosuje się entropijną miarę nierówności  $I(x)$  i wprowadza procedurę ustalania nierówności wewnątrz- i międzyregionalnych w dwóch wariantach: na podstawie wskaźnika dochodu i na podstawie wskaźnika dochodu per capita. Prawdopodobieństwo występowania zjawiska (dochodu regionalnego lub dochodu per capita) w regionie równa się  $p(x_r)$ , a wewnątrz regionu  $p(x_i)/p(x_r)$ , gdzie  $x_i$  oznacza dochód ( $x$ ) w  $i$ -tym subregionie regionu  $r$ . Procedura obliczania entropijnej miary nierówności jest realizowana zgodnie z algorytmem Semple'a i Gauthier (1972) na podstawie wzoru (5), gdzie  $R = 16$  oznacza liczbę regionów, a  $n_r$  określa liczebność subregionów w poszczególnych regionach.

Program „Entropijna miara nierówności, regiony Polski, 2005–2012” opracował i realizował J. Hauke.

Miary nierówności zostały obliczone dla każdego roku według wzoru (5). Wartości miar nierówności w układzie: ogólna nierówność krajowa w układzie 66 subregionów, nierówności międzyregionalne w układzie 16 regionów (województw), nierówności wewnątrzregionalne w układach 2–8 subregionów zawierają tabele 1 i 2.

Wskaźnik nierówności obliczony na podstawie dochodu jako wielkości absolutnej  $I_A(x)$  rozpatruje się w postaci ogólnego wskaźnika nierówności krajowych i jego dekompozycji na wskaźnik nierówności międzyregionalnych  $I_A(x)_{inter}$  oraz wskaźnik nierówności wewnątrzregionalnych  $I_A(x)_{intra}$ .

Tabela 1. Entropijna miara nierówności na podstawie wskaźnika wytworzonego dochodu  $I_A(x)$ , Polska, 2005–2012

Rok	Ogólna nierówność	Nierówności wewnątrzregionalne	Nierówności międzyregionalne
2005	0,3686	0,2441	0,1246
2006	0,3807	0,2498	0,1308
2007	0,3855	0,2530	0,1325
2008	0,3761	0,2458	0,1303
2009	0,3809	0,2450	0,1359
2010	0,3668	0,2336	0,1332
2011	0,3607	0,2264	0,1343
2012	0,3683	0,2309	0,1375

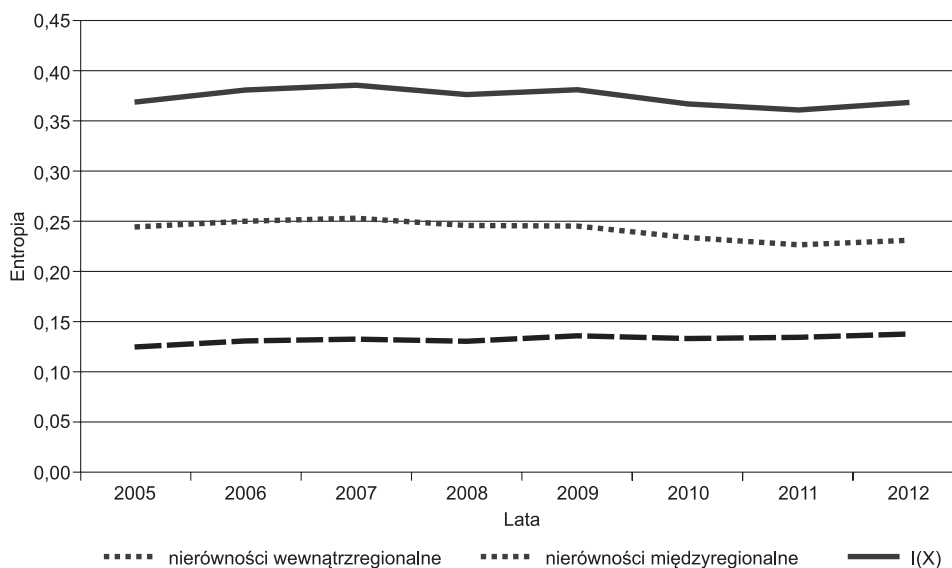
Źródło: obliczenia własne.

Tabela 2. Entropijna miara nierówności na podstawie wskaźnika dochodu per capita  $I_c(x)$ , Polska 2005–2012

Rok	Ogólna nierówność	Nierówności wewnątrzregionalne	Nierówności międzyregionalne
2005	0,1360	0,0624	0,0736
2006	0,1388	0,0653	0,0735
2007	0,1416	0,0662	0,0754
2008	0,1374	0,0634	0,0740
2009	0,1359	0,0636	0,0723
2010	0,1335	0,0634	0,0700
2011	0,1291	0,0617	0,0674
2012	0,1291	0,0624	0,0667

Źródło: obliczenia własne.

W latach 2005–2012 wskaźnik  $I_A(x)$  przybrał wartości przeciętne i zawierał się w przedziale od 0,3607 do 0,3855 (przy wartości teoretycznie maksymalnej wskaźnika 6,04 i minimalnej równej 0) (ryc. 2). Wykazywał słabą zmienność w czasie. Przy nieznacznych fluktuacjach w rozkładzie wieloletnim tego wskaźnika można jednak zauważyć, że w latach 2005–2007, tj. w okresie przyspieszonego rozwoju gospodarczego Polski, nastąpił niewielki wzrost nierówności, w latach 2008–2009 tj. w okresie spowolnienia tempa rozwoju, najpierw spadek (2008 r.), potem wzrost (2009 r.) nierówności, kolejne lata (2010–2012) cechowały się nierównościami prawie na poziomie z 2005 r. W latach 2005–2012 głównym składnikiem nierówności krajowych były nierówności wewnątrzregionalne (tab. 3).



Ryc. 2. Kształtowanie się nierówności w Polsce na skali dochodu wytworzonego w latach 2005–2012 na podstawie entropijnej miary nierówności

Źródło: opracowanie własne.



Tabela 3. Dekompozycja ogólnej nierówności  $I_A(x)$  (w %)

Rok	Nierówności wewnątrzregionalne	Nierówności międzyregionalne
2005	66,2	33,8
2006	65,6	34,4
2007	65,6	34,4
2008	65,3	34,7
2009	64,3	35,7
2010	63,7	36,3
2011	62,8	37,2
2012	62,6	37,4

Źródło: obliczenia własne.

Stanowiły od 66,2% do 62,2% ogólnych nierówności. W przebiegu wieloletnim ich udział w kształtowaniu ogólnych nierówności krajowych malał. Udział nierówności międzyregionalnych w kształtowaniu ogólnych nierówności wynosił od 33,8% do 37,4% i świadczył o stosunkowo słabym, choć nasilającym się w czasie udziale nierówności międzyregionalnych w nierównościach krajowych. W latach 2005–2012 krzywa wskaźnika ogólnych nierówności krajowych bardziej wyraźnie nawiązuje do przebiegu krzywej wskaźnika nierówności wewnątrzregionalnych niż do krzywej nierówności międzyregionalnych (ryc. 2).

Dekompozycja nierówności jest związana z określonym rozkładem prawdopodobieństwa dochodu w układzie regionów i w układzie subregionów. W latach 2005–2012 w układzie regionów (przy założeniu wysokiego prawdopodobieństwa  $p > 0,05$ ), największe prawdopodobieństwo dochodu z tendencją rosnącą (0,2127–0,2187) wykazywał region mazowiecki, następny był region śląski (0,1331–0,1269) z prawdopodobieństwem malejącym, kolejne regiony to: wielkopolski (0,0946–0,0954), dolnośląski (0,0781–0,0863), małopolski (0,0733–0,0769), pomorski (0,0568–0,0581) z fluktuacjami wartości prawdopodobieństwa oraz łódzki (0,0623–0,0610) z malejącymi wartościami prawdopodobieństwa.

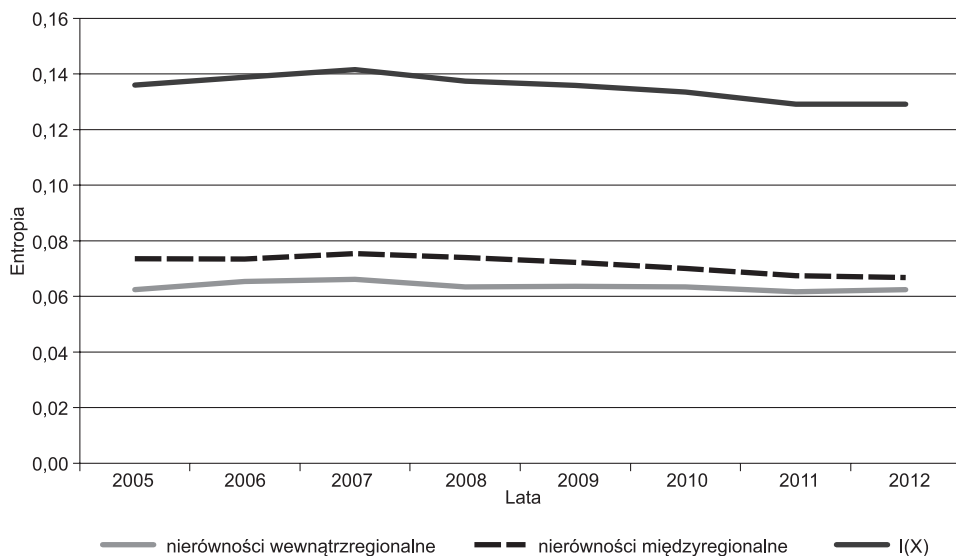
Wyróżnione wartości prawdopodobieństw w układzie regionów pozwalają wnioskować o istotnym, utrzymującym się w badanym okresie, wpływie tych sześciu regionów z rozwiniętymi aglomeracjami miejskimi na kształtowanie się nierówności międzyregionalnych.

W układzie wewnętrznym regionów największe prawdopodobieństwa dochodu odnoszą się do subregionów, stanowiących rdzenie aglomeracji miejskich lub duże miasta o roli ośrodków regionalnych. Te subregiony miejskie w wysokim stopniu determinują kontrasty wewnątrzregionalne. Jednak w latach 2005–2012 przypisane im prawdopodobieństwa maleją. Rosną natomiast prawdopodobieństwa dochodu najczęściej w ich ościennych subregionach. Dla przykładu w regionie mazowieckim prawdopodobieństwo dochodu w subregionie Warszawy zmalało z 0,6135 w 2005 r. do 0,5909 w 2012 r., przy wzroście prawdopodobieństwa w subregionach sąsiedzkich: warszawskim wschodnim (z 0,0730 do 0,0809) i warszawskim zachodnim (z 0,1027 do 0,1162). Warto zwrócić uwagę, że równocześnie w subregionie peryferyjnym regionu mazowieckiego tj. subregionie radomskim, prawdopodobieństwo dochodu zmalało z 0,0573 do 0,0536.

Ogólny wskaźnik nierówności krajowych, obliczony na podstawie dochodu na głowę (czyli dochodu ważonego liczbą ludności) –  $I_c(x)$ , przybrał w latach 2005–2012 niższe wartości od wskaźnika  $I_A(x)$ . Były one zawarte w przedziale (0,1291–0,0416) (tab. 2, ryc. 3). Jest to symptom słabszego zróżnicowania kraju na skali dochodu przeliczonego na mieszkańca niż na skali dochodu wytworzonego. Krzywa wskaźnika wykazuje w latach 2005–2007 jego wzrost z 0,1360 do 0,1416, a następnie w latach 2008–2012 systematyczny spadek do wartości 0,1291. Porównując przebieg w czasie krzywej wskaźnika  $I_c(x)$  i krzywej wskaźnika  $I_A(x)$ , można zauważyć, że systematyczny spadek wartości wskaźnika nierówności na skali dochodu per capita zachodził w latach 2008–2012, przy fluktuacjach wartości wskaźnika nierówności na skali wytworzonego dochodu.

W latach 2005–2012 w kształtowaniu nierówności krajowych ( $I_c(x)$ ) niewielką przewagą nad nierównościami wewnątrzregionalnymi ( $I_c(x)_{intra}$ ) wykazywały nierówności międzyregionalne ( $I_c(x)_{inter}$ ). Jednak przewaga ta systematycznie malała w czasie. Udział nierówności międzyregionalnych zmniejszył się od 54,1% w 2005 r. do 51,7% w 2012 r. przy wzroście udziału nierówności wewnątrzregionalnych z 45,9% w 2005 r. do 48,3% w 2012 r. (tab. 4). W latach 2005–2012 zmiany w dekompozycji nierówności określonych na podstawie dochodu per capita są również związane ze zmianami prawdopodobieństwa dochodu ważonego w układzie regionalnym i układzie subregionalnym.

W układzie regionów wysokie prawdopodobieństwa dochodu per capita w kolejnych latach wykazywały następujące regiony: mazowiecki (0,1072–0,1095) i łódzki (0,0629–0,0643) – wzrost z fluktuacjami, śląski (0,0738–0,0729), wiel-



Ryc. 3. Kształtowanie się nierówności w Polsce na skali dochodu regionalnego per capita w latach 2005–2012 na podstawie entropijnej miary nierówności

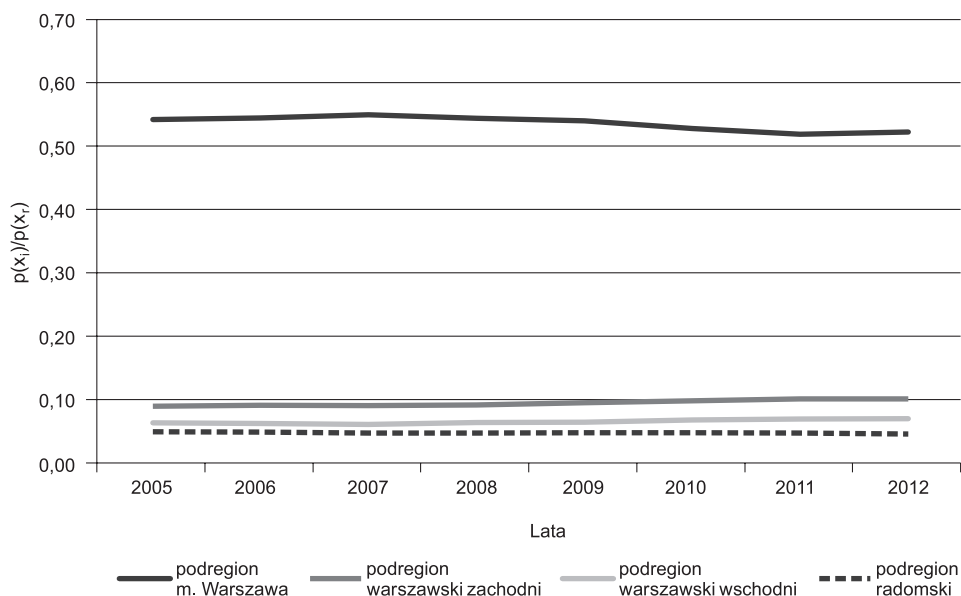
Źródło: opracowanie własne.

Tabela 4. Dekompozycja ogólnej nierówności  $I_c(x)$  (w %)

Rok	Nierówności wewnątrzregionalne	Nierówności międzyregionalne
2005	45,9	54,1
2006	47,0	53,0
2007	46,7	53,3
2008	46,1	53,9
2009	46,8	53,2
2010	47,5	52,5
2011	47,8	52,2
2012	48,3	51,7

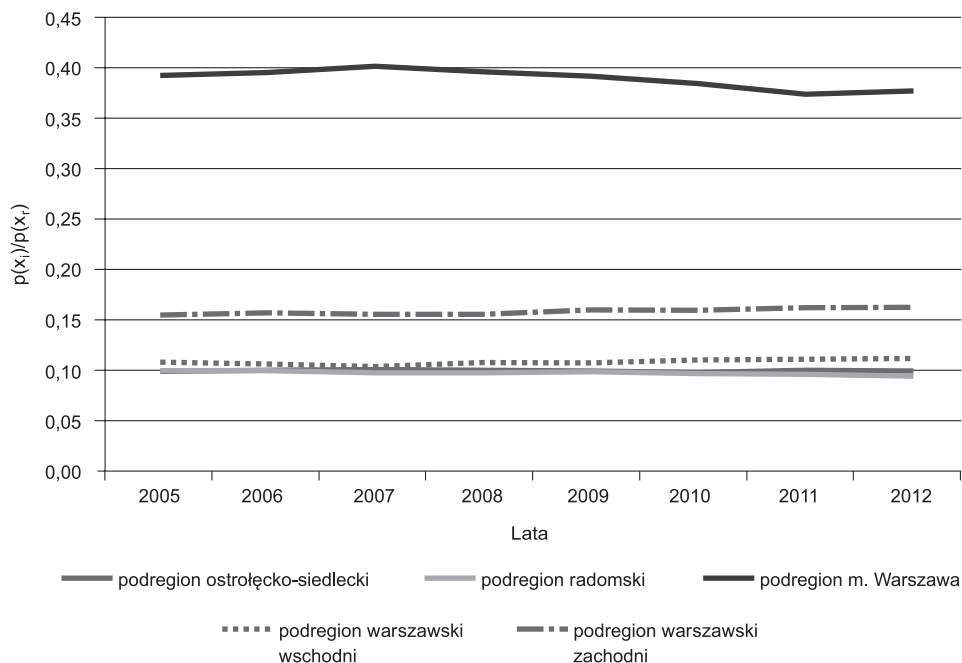
Źródło: obliczenia własne.

kopolski (0,0729–0,0731), pomorski (0,0671–0,0673) – z fluktuacjami, małopolski (0,0584–0,0609), dolnośląski (0,0703–0,0729) – z tendencją do wzrostu, zachodniopomorski (0,0626–0,0581) – z tendencją spadkową. W układzie wewnętrznym regionów w 2005 r. duże różnice między subregionami z maksymalną i minimalną wartością prawdopodobieństwa dochodu per capita wystąpiły w następujących regionach: mazowieckim (m. Warszawa – 0,3922; subregion ostrołęcko-siedlecki – 0,0988, por. ryc. 4 i 5), małopolskim (m. Kraków – 0,3693; subregion nowosądecki – 0,1398), pomorskim (Trójmiasto – 0,4046; subregion gdański – 0,1834), zachodniopomorskim (m. Szczecin – 0,3609, subregion stargardzki – 0,1784), wielkopolskim (m. Poznań – 0,3147; subregion ka-



Ryc. 4. Zróżnicowanie wewnętrzne regionu mazowieckiego na podstawie prawdopodobieństwa dochodu wytworzonego w latach 2005–2012

Źródło: opracowanie własne.



Ryc. 5. Zróżnicowanie wewnętrzne regionu mazowieckiego na podstawie prawdopodobieństwa dochodu per capita w latach 2005–2012

Źródło: opracowanie własne.

liski – 0,1244), kujawsko-pomorskim (subregion bydgosko-toruński – 0,4435; subregion grudziądzki – 0,2674). W kolejnych latach w wyróżnionych sześciu regionach kontrasty wewnętrzne utrzymały się z niewielkimi zmianami. Pozostałe regiony w układzie wewnętrznym składały się z subregionów, które znacznie słabiej różniły się pod względem wartości prawdopodobieństwa dochodu per capita.

Z analizy rozkładów prawdopodobieństw w układzie wewnętrznym regionów wynika, że w poszczególnych regionach wartości prawdopodobieństw dochodu per capita według subregionów są, w porównaniu z prawdopodobieństwem wytworzonego dochodu, znacznie niższe.

## Wnioski końcowe

Zastosowanie entropijnej miary nierówności w analizie zróżnicowania poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego Polski prowadzi do następujących ustaleń:

1. Nierówności krajowe (w układzie 66 subregionów), określone na podstawie rozkładu wytworzonego dochodu, kształtują się na poziomie przeciętnym, a na podstawie dochodu per capita – poniżej wartości przeciętnej.
2. W latach 2005–2012 w kształtowaniu nierówności krajowych opartych na dochodzie wytworzonym większy udział mają nierówności wewnątrzregionalne niż międzyregionalne

3. Dekompozycja nierówności krajowych określonych w aspekcie dochodu per capita wykazuje w ich tworzeniu nieznacznie większy udział nierówności międzyregionalnych niż nierówności wewnątrzregionalnych.

Można więc stwierdzić, że większe zróżnicowanie Polski ujawnia się po zastosowaniu wskaźnika dochodu wytworzonego niż dochodu per capita. W strukturze tych nierówności w przypadku zastosowania pierwszego wskaźnika wyraźną przewagę mają nierówności wewnątrzregionalne, a w przypadku drugiego wskaźnika niewielką przewagę nierówności międzyregionalne. Jednak w przebiegu czasowym zarysowują się, w zależności od rodzaju wskaźnika, różne tendencje w procesie kształtowania się dekompozycji nierówności krajowych: na skali wytworzonego dochodu udział nierówności wewnątrzregionalnych maleje, a międzyregionalnych wzrasta, natomiast na skali dochodu per capita – udział nierówności wewnątrzregionalnych po fluktuacjach stabilizuje się, a udział międzyregionalnych – zmniejsza się.

Powyższe ustalenia prowadzą do następujących wniosków o charakterze empiryczno-diagnostycznym:

1. W latach 2005–2012 w procesie rozwoju społeczno-gospodarczego, z okresem spowolnienia w warunkach kryzysu, istotną rolę w kształtowaniu zróżnicowania Polski odgrywały nierówności wewnątrzregionalne.
2. Na niewielkie zmiany w ogólnym zróżnicowaniu Polski i zmiany w dekompozycji nierówności miały wpływ zarówno zmiany w rozmieszczeniu przestrzennym potencjału (siły) gospodarczego Polski (wg wskaźnika dochodu wytworzonego), jak i zmiany przestrzenne w poziomie rozwoju społeczno-gospodarczego (wg wskaźnika dochody per capita).
3. Poziom i relacje między nierównościami międzyregionalnymi i wewnątrzregionalnymi w Polsce w wysokim stopniu determinuje tempo rozwoju regionów z aglomeracjami miejskimi. Regiony te charakteryzują się ponadprzeciętnym w skali kraju tempem rozwoju gospodarczego i utrzymującymi się kontrastami wewnętrznymi, jednak z pewnymi symptomami ich osłabienia, wywołanego dyfuzją rozwoju z głównego ośrodka miejskiego do subregionów strefy podmiejskiej.

Należy ostatecznie stwierdzić, że w latach 2005–2012 w Polsce przy trwałym czasowym trendzie wykazującym wzrost dochodu, co prawda z rozmaitym natężeniem w skali kraju oraz w układzie regionów i subregionów, nie zachodziły wyraźne, systematyczne zmiany w rozkładzie przestrzennym badanego zjawiska i kształtowania się nierówności regionalnych. Zmiany czasowe i przestrzenne w układach nierówności miały charakter nieregularny typu fluktuacji. Tego rodzaju zmiany w nierównościach regionalnych oszacowane dla krótkiego czasokresu trwania koniunktury gospodarczej nie mogą stanowić podstawy do ekstrapolacji zmian w strukturze przestrzennej kraju.

## Literatura

- Batty M. 2010. Space, scale, and scaling in entropy maximizing. *Geographical Analysis*, 42: 395–421.
- Blakely E.J., Bradshaw T.K. 2002. *Planning local economic development. Theory and practice*. Sage Publication, Thousand Oaks.
- Czyż T. 2002. Zastosowanie modelu potencjału w analizie zróżnicowania regionalnego Polski. *Studia Regionalne i Lokalne*, 2–3: 5–14.
- Czyż T. 2012. Poziom rozwoju społeczno-gospodarczego Polski w ujęciu subregionalnym. *Przegląd Geograficzny*, 84, 2: 219–236.
- Czyż T., Hauke J. 2015. Spatial entropy in regional analysis. *Quaestiones Geographicae*, 34(4): 30–47.
- De la Fuente A. 2002. On the sources of convergence: a close look at the Spanish regions. *European Economic Review*, 46(3): 569–599.
- Domański R. 2012. *Ewolucyjna gospodarka przestrzenna*. Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu, Poznań.
- European Commission EU 2014. *Investment for jobs and growth. Promoting development and good governance in EU regions and cities. Six report on economic, social and territorial cohesion*. Region and Urban Commission, Brussels.
- Ezcurra R. 2007. In income inequality harmful for regional growth? Evidence from the European Union. *Urban Studies*, 44, 10: 1953–1971.
- Gauthier H.L., Semple R.K. 1974. Trends in regional inequalities in the Brazilian economy 1947–1966. [W:] R.S. Thoman (red.), *Methodology and case studies*. Vol. I. *Proceedings of the Commission on Regional Aspects of Development of the IGU*. Hayward, California, USA, s. 249–266.
- Kudrycka I. 2014. Analiza konwergencji rozwoju regionalnego w Polsce w latach 2001–2012. *Acta Universitatis Lodzianis. Folia Oeconomica*, 6: 51–66.
- Semple R.K., Gauthier H.L. 1972. Spatial-temporal trends in income inequalities in Brasil. *Geographical Analysis*, 2: 189–179.
- Shannon C.E. 1948. A mathematical theory of communication. *Bell System Technical Journal*, 27: 379–423, 623–656.
- Shannon E., Weaver W. 1949. *The mathematical theory of communication*, University of Illinois Press, Urbana, Illinois.
- Szlachta J. 2013. Europejskie uwarunkowania trzeciej generacji strategii rozwoju regionalnego w Polsce – poziom województw. *KPZK PAN, Studia, CLV*, Warszawa.
- Werner P., Korcelli P., Kozubek E. 2014. Population potential as a modulator of land use changes in Poland's metropolitan areas. *Quaestiones Geographicae*, 33(2): 37–50.
- Wędrowska E. 2010. Wykorzystanie entropii Shannona i jej uogólnień do badania rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej dyskretnej. *Przegląd Statystyczny*, LVII, 4: 39–53.
- Wędrowska E. 2012. *Miary entropii i dywergencji w analizie struktur*. Wydawnictwo UWM, Olsztyn.
- Wilson A.G. 1967. A statistical theory of spatial distribution models. *Transport Research*, 1: 253–269.
- Wilson A.G. 1970. *Entropy in urban and regional modelling*. Pion Press, London.
- Wilson A.G. 2010. Entropy in urban and regional modeling: retrospect and prospect. *Geographical Analysis*, 42: 364–394.

## Application of the entropy measure to the study of changes in Poland's regional differences

**Abstract:** The article presents the use of Shannon entropy statistics and algorithm developed by Semple and Gauthier in the study of changes in the Polish regional differences. The assessment of the cognitive value of this method due to the possibility of analyzing the relationship between inter- and intraregional inequalities is shown.

**Key words:** entropy measure of inequality, regional inequalities decomposition algorithm, changes in regional inequalities, Poland