Barbara Nawolska
ORCID 0000-0003-3864-0188

Joanna Żądło-Treder
ORCID 0000-0003-0112-1624

Uniwersytet Pedagogiczny im. Komisji Edukacji Narodowej w Krakowie

ROZWIĄZYWA(NIE) ZADAŃ TEKSTOWYCH – STARE WYZWANIA I NOWE POTRZEBY EDUKACJI WCZESNOSZKOLNEJ

Abstract. Nawolska Barbara, Żądło-Treder Joanna, *Rozwiązywa(nie) zadań tekstowych – stare wyzwania i nowe potrzeby edukacji wczesnoszkolnej* [(Un)Solving Text Tasks – Old Challenges and New Needs in Early School Education]. Studia Edukacyjne nr 58, 2020, Poznań 2020, pp. 213-232. Adam Mickiewicz University Press. ISSN 1233-6688. DOI: 10.14746/se.2020.58.11

Every human needs the ability to solve problems. In early childhood education, the development of this skill can and should be implemented by solving text tasks. Meanwhile, according to a variety of analyses, a significant number of students are unable to solve these tasks. This is most likely the result of insufficient mathematical competencies of teachers in early school education and related teaching errors, mainly involving calculating exercises and solving tasks according to patterns.
At the same time, students who are in fact unable to solve tasks but only limit themselves to the use of learned patterns, in non-standard task situations (not practiced at school) do quite well.

Key words: problem solving, text tasks, early school education

Wprowadzenie

Każdemu człowiekowi, niezależnie od roli jaką przyjdzie mu pełnić w życiu, potrzebna jest szeroko rozumiana umiejętność logicznego i krytycznego myślenia. Ważna jest przy tym umiejętność dostrzegania i rozwiązywania problemów w różnorodnych sytuacjach życiowych oraz zawodowych i to nie tylko problemów zamkniętych, lecz także otwartych, na przykład z niedoborem lub nadmiarem informacji. Dlatego, w edukacji matematycznej warto uwzględniać kształtowanie tych potrzebnych umiejętności. Należy przy tym zadbać o to, by uczeń dostrzegał praktyczność problemów i tym samym widział sens ich rozwiązywania, co dostarcza odpowiedniej motywacji do podejmowanych działań (do uczenia się).

W najogólniejszym ujęciu problem jest: „rodzajem zadania, którego podmiot nie może rozwiązać za pomocą swoich wiadomości, umiejętności i nawyków”[1]. Aby tego dokonać, musi on przekraczając swoją wiedzę i doświadczenie „wyprodukować” rozwiązanie i skonfrontować je z rzeczywistością.

Podkreśla się, iż problemy:

– mają zawsze charakter podmiotowy. Są problemami czyimiś, także w tym sensie, że to co jest problemem dla jednego człowieka, nie musi być nim dla innych, którzy znają już rozwiązanie, lub dla tych, których możliwości sytuacja radykalnie przerasta. W tym rozumieniu nie jest problemem dla trzecioklasisty zadanie z klasy I (bo jest trywialne), ale nie jest problemem także zadanie z poziomu liceum (bo wykracza poza jego możliwości);

– są zadaniami wymagającymi umiejętności wykorzystania i koordynacji wielu procesów myślowych, takich jak: myślenie produktywne, reproduktywne, procesy pamięciowe i motoryczne. Ważne jest przy tym także myślenie twórcze, jednakże sprowadzanie rozwiązywania problemów tylko do myślenia twórczego jest nieuzasadnionym uproszczeniem. Mamy tu do czynienia raczej z reorganizacją dotychczasowej wiedzy, umiejętności i doświadczeń. *Tout court* by skutecznie radzić sobie w sytuacji problemowej trzeba dużo wiedzieć i dużo umieć. Im większymi „aktywami” podmiot dysponuje, z tym trudniejszymi problemami może się zmierzyć, mając nadzieję na osiągnięcie sukcesu.

Ponadto, problemy można podzielić na:

– otwarte, mające charakter niedookreślony, w których niedobór informacji wyjściowych powoduje, że istnieje potencjalnie dowolnie wiele poprawnych rozwiązań, jak w działalności artystycznej czy w generowaniu teorii naukowych. Taki charakter na matematyce mogą mieć na przykład zabawy w sklep i stosowanie strategii kruszenia;

– zamknięte, które są dobrze określone, dając jedną lub konkretną liczbę dobrych rozwiązań[2].

Najczęściej, za J.P. Guilfordem, problemy dzieli się na:

– konwergencyjne, mające jedno poprawne rozwiązanie,

– dywergencyjne, dopuszczające wiele poprawnych rozwiązań.

---

[1] J. Kozielecki, *Myślenie i rozwiązywanie problemów*, [w:] *Psychologia ogólna*, tom I, red. T. Tomaszewski, Warszawa 1992, s. 119.

[2] Tamże, s. 121-122.

W edukacji matematycznej cennym środkiem dydaktycznym są zadania z treścią, gdyż stanowią szczególny przypadek sytuacji problemowej, a umiejętność ich rozwiązywania może mieć także wielki wymiar praktyczny, będąc wzorcem (paradygmatem) działania w każdej sytuacji trudnej (problemowej).

Większość zadań z treścią zawartych w podręcznikach ma charakter problemów konwergencyjnych, co może być istotnym ograniczeniem tworzącym fałszywą sugestię, iż zawsze istnieje tylko jedno dobre rozwiązanie sytuacji problemowej i zadania.

Nie wszystkie zadania z treścią są problemami w ścisłym sensie wymagającymi twórczego wysiłku. W rozwiązywaniu wielu z nich (nawet większości) można zastosować znany dzieciom schemat, co wielu nauczycieli uznaje za wystarczające. Zważywszy jednak, iż problem jest zawsze kategorią podmiotową (jest czyjś), to samo zadanie może wymagać od jednych dzieci czynności tylko odtwórczych, gdy od innych – koncepcyjnych.

Na potrzeby szkolne rozróżnia się jeszcze zadania typowe i nietypowe. Zadanie typowe ma charakter problemu zamkniętego i konwergencyjnego. Zadanie nietypowe jest zaś zazwyczaj problemem otwartym z wieloma możliwymi rozwiązaniami. Może też nie mieć żadnego rozwiązania, gdy dane w zadaniu są sprzeczne lub pytanie nie ma związku z danymi. Ponadto, do zadań nietypowych zaliczamy takie, które nie mają gotowego schematu rozwiązania i uczeń musi sam „wyprodukować" sposób rozwiązania.

Ze względu na rangę umiejętności rozwiązywania problemów przyjmuje się umiejętność samodzielnego rozwiązywania zadań tekstowych jako miernik kompetencji matematycznych. We wszystkich badaniach (testach/sprawdzianach) uwzględniane są więc zadania tego typu.

Tymczasem, z *Badań umiejętności podstawowych uczniów klasy trzeciej szkoły podstawowej* prowadzonych w latach 2005-2011 przez Centralną Komisję Egzaminacyjną (CKE) oraz z *Ogólnopolskich Badań Umiejętności Trzecioklasistów* (OBUT) prowadzonych przez Instytut Badań Edukacyjnych (IBE) w latach 2011-2016[3] wynika, że w zależności od typu zadania, w skrajnych, najtrudniejszych przypadkach nie radzi sobie z jego rozwiązywaniem nawet 90% trzecioklasistów. Jedynie w najłatwiejszych typach zadań jednodziałaniowych (dane tylko dwie liczby i ich układ jest uporządkowany, zaś pytanie/polecenie umieszczone jest na końcu tekstu zadania) z rozwiązaniem radzi sobie większość uczniów, choć, niestety, nie wszyscy[4].

---

[3] Por. M. Dąbrowski, *(Za) trudne, bo trzeba myśleć. O efektach nauczania matematyki na I etapie kształcenia*, Warszawa 2013, s. 7.

[4] Dokładne dane na ten temat można znaleźć w kolejnych raportach publikowanych w latach 2007-2016, najpierw przez CKE, potem przez IBE.

Umiejętności rozwiązywania zadań

W celu omawiania umiejętności rozwiązywania zadań należy uzmysłowić sobie, na czym te umiejętności polegają. Istotne jest, że nie wpisują się one w żadne schematy. Nie istnieje żaden algorytm, którego zastosowanie zagwarantuje nam sukces w rozwiązywaniu wszystkich zadań. Choć można takie algorytmy stworzyć dla ściśle określonych ich typów. Jednakże, ze względu na wielość zadań bezsensowne byłoby tworzenie takich algorytmów. Ważniejsze jest uruchamianie logicznego, twórczego i nieszablonowego myślenia w celu poszukiwania rozwiązania zadania/problemu. Właśnie kształtowanie takiej umiejętności powinno być najważniejszym celem edukacji matematycznej i to na każdym poziomie kształcenia. Stosowanie algorytmów i sprawność rachunkowa, szczególnie w czasach współczesnych, powinny pełnić jedynie rolę służebną względem umiejętności rozwiązywania zadań. Tymczasem, wielu uczniów i, niestety, niektórzy nauczyciele rozwiązywanie zadań/problemów utożsamiają z wykonywaniem obliczeń na liczbach danych w tekście zadania i to głównie na liczbach zapisanych cyfrowo. Jak wynika z naszych badań[5], niepokojąco duża grupa dzieci działa automatycznie, schematycznie, wręcz bezmyślnie. Z rozwiązaniem zadania wiąże jedynie zapisanie jakiejś formuły matematycznej uwzględniającej dane liczbowe występujące w treści zadania po to, aby uzyskać odpowiedź liczbową. Nie interesuje jej związek tych obliczeń z warunkami zadania i rzeczywistością. Nie potrafi swoich działań poddać weryfikacji. Podobne wnioski na temat umiejętności trzecioklasistów można znaleźć w corocznych raportach z OBUT[6]. Niektórzy uczniowie „rozwiązujący" zadania wyłuskują z tekstu jedynie liczby zapisane cyfrowo, całkowicie pomijając te podane słownie i wykonują na nich działanie arytmetyczne. W słuszności takiego postępowania uczniowie utwierdzani są poprzez działania sporej grupy nauczycieli, którzy niejednokrotnie po zaprezentowaniu treści zadania, nawet bez sprawdzenia, czy uczniowie zrozumieli problem w nim zawarty, pytają: *Jakie działanie?* Jest to wyraźny sygnał „Rachuj!", nieważne co i po co. Stąd, uczniowie często dobierają działania do danych liczbowych na chybił trafił albo na podstawie słów kluczy[7].

---

[5] Por. B. Nawolska, J. Żądło, *Rôzne spôsoby riešenia netypickej slovnej úlohy deväť– až desaťročnými žiakmi,* [w:] *Matematika v škole dnes a zajtra*, Zbornik 7. ročnika konferencje s medzinarodnou účasťou, Ružomberok 2007, s. 215.

[6] Chodzi o raporty z Ogólnopolskich Badań Umiejętności Trzecioklasistów (OBUT) publikowane przez Instytut Badań Edukacyjnych (IBE) w latach 2011, 2012, 2013, 2014 oraz raporty z analogicznych badań publikowane przez CKE w latach wcześniejszych.

[7] Przykłady takich słów kluczy podaje M. Dąbrowski w publikacji *(Za) trudne, bo trzeba myśleć.* Np. *słowo* >>*więcej*<< *w treści zadania „uruchamia" mnożenie, a słowo* >>*mniej*<< *– odejmowanie* (s. 12); *słowo-klucz* >>*łącznie*<< (…) [oznacza zdaniem dzieci, że] *wykonanym działaniem ma być dodawanie* (s. 19); *jeśli sprzedano czy odleciały, to na pewno trzeba odjąć* (s. 98).

Jeśli takich słów nie ma, dobór działania zależy od wielkości liczb. Co gorsza, ta strategia w przypadku rozwiązywania zadań standardowych często okazuje się skuteczna, a ta skuteczność wzmacnia uczniowskie przekonanie o właściwym postępowaniu.

Inni nauczyciele pozorując stosowanie strategii heurystycznych, systematycznie utrwalają „schemat rozwiązywania zadań": „WPLO" rozumiany jako kolejne kroki rozwiązywania nazywane odpowiednio: „Wiem" (chodzi o dane liczbowe), „Pytam" (chodzi o wskazanie/wyodrębnienie pytania/polecenia), „Liczę" (to rachunki na danych liczbowych) i „Odpowiadam" (to sformułowanie odpowiedzi). Konsekwencją stosowania tego schematu jest skupianie się dzieci na wyodrębnieniu danych liczbowych (jak wspomniano wyżej) i dobraniu pasującego do nich działania. „Pasujące działanie", to niekoniecznie znaczy trafne (adekwatne do problemu), lecz takie, które jest możliwe do wykonania[8].

Niestety, jak wynika z różnorodnych badań prowadzonych przez wiele lat, najwyraźniej mało jest nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej faktycznie uczących rozwiązywania problemów.

> Z szeroko przeprowadzonych obserwacji lekcji wiemy, że nauczanie matematyki w polskich szkołach niemal wyłącznie skupia się na podstawowych umiejętnościach narzędziowych, pomijając umiejętność rozumowania. Dotyczy to wszystkich etapów edukacyjnych. Wielu nauczycieli jest przekonanych, że rozumowanie, argumentacja, wybieranie optymalnych strategii rozwiązania problemu matematycznego to umiejętności zarezerwowane wyłącznie dla zdolniejszych uczniów. Tymczasem można i należy je rozwijać powszechnie, począwszy od pierwszych klas szkoły podstawowej, wykorzystując naturalną intuicję dzieci. Nadmierne skupienie uwagi na podstawowych umiejętnościach narzędziowych, zwłaszcza na pierwszym i drugim etapie edukacyjnym, zabija ciekawość i kreatywność dzieci i utrudnia, a często uniemożliwia, pogłębianie umiejętności rozumowania matematycznego na kolejnych etapach[9].

A przecież proces rozwiązywania zadania/problemu winien zacząć się od zrozumienia sytuacji zaprezentowanej w zadaniu (o czym jest zadanie, czego dotyczy treść – chodzi o wyjaśnienie sytuacji bez użycia liczb), następ-

---

[8] Opisy takich uczniowskich zachowań można znaleźć w publikacjach: M. Dąbrowski, *(Za) trudne, bo trzeba myśleć*, s. 99; B. Nawolska, J. Żądło, *Jakie monety ma w skarbonce Agatka? Czyli jak studenci pedagogiki rozwiązywali pewne zadanie*, [w:] *Vyučovani matematice z pohledu kompetenci žaka a učitele 1. stupně základniho vzdéláváni – Srni 2007 sbornik z konference s mezinárodni účasti věnované počátečnimu vyučováni matematiky na 1. stupni základni škol*y, Zapadočeska Univerzita v Plzni, Srni 2007; B. Nawolska, J. Żądło, *Rôzne spôsoby riešenia netypickej slovnej úlohy deväť– až desaťročnými žiakmi*, [w:] *Matematika v škole dnes a zajtra*; B. Nawolska, J. Żądło, *Ile kropek ma dalmatyńczyk? – czyli jak można rozwiązywać pewne zadanie*, [w:] *Matematika 3. Mathematical Education from Pupil's and Primary School Teacher's view*, Olomouc 2008.

[9] *Wnioski z badań i dyskusji dotyczące nauczania matematyki*, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2015, s. 1, http://www.ibe.edu.pl/images/materialy/Matematyka-wnioski-z-badan-i-dyskusji.pdf [dostęp: 13.02.2018].

nie należy ustalić dane i niewiadome oraz zrozumieć i wyjaśnić zależności między nimi. Kolejnym krokiem jest podjęcie poszukiwania – wszelkimi dostępnymi dzieciom sposobami – możliwości rozwikłania/rozwiązania problemu. Można tu posłużyć się eksperymentem (dosłowną realizacją sytuacji przedstawionej w zadaniu), symulacją problemu za pomocą przedmiotów zastępczych, bądź symulacją rysunkową. Ważne w poszukiwaniu rozwiązania jest dyskutowanie pomysłów z innymi rozwiązującymi, z dobieraniem różnych środków argumentacji za i przeciw określonym pomysłom, sprawdzanie poprawności i skuteczności różnych pomysłów, wybór najkrótszego, najbardziej eleganckiego, najłatwiejszego sposobu rozwiązania, odrzucenie pomysłów złych (nietrafnych) z uzasadnieniem dlaczego są niedobre i tym podobne. Procesowi temu winna towarzyszyć werbalizacja (słowny opis wykonywanych czynności), która może zakończyć się próbą przedstawienia językiem matematycznym (zmatematyzowanie polegające na zapisaniu formuł matematycznych z użyciem liczb i działań) sposobu rozwiązania, chociaż nie zawsze tak być musi. W wielu przypadkach nawet warto zaniechać formalizacji, aby zapobiegać często wdrukowanej w umysłach dzieci potrzebie zapisania „działania": *nie ma działania, to nie ma rozwiązania*. Proces poszukiwania rozwiązania warto zamknąć sformułowaniem odpowiedzi. Jest to o tyle ważne, że dzięki temu mamy pewność, że uczeń wie co i po co zrobił, że wie, czy zadanie zostało rozwiązane i co tym rozwiązaniem jest. Najczęściej podanie odpowiedzi jest ostatnim etapem rozwiązywania, ale warto, przynajmniej czasami, pokusić się o głębszą refleksję nad zadaniem i podjąć próbę (o ile to byłoby wartościowe) przedłużenia zadania. Chodzi tu na przykład o jego przekształcenie, zmodyfikowanie bądź rozbudowanie.

Aby dyskusja nad rozwiązaniem była możliwa, zadania proponowane dzieciom powinny być dla nich interesujące i faktycznie winny stanowić dla nich problem. Wtedy bowiem mają motywację do poszukiwania rozwiązania. Nie mogą to być zadania, na które odpowiedź jest oczywista. Zadania zbyt łatwe lub zbyt trudne nie spełnią swojej roli. Ponadto, treść zadania powinna być dla dziecka sensowna[10], zrozumiała, nie budząca wewnętrznego sprzeciwu/buntu wobec „logiki" sytuacji przedstawionej w zadaniu.

---

[10] Zadanie sensowne, to takie, że sytuacja w nim przedstawiona jest akceptowalna i zgodna z życiowym doświadczeniem dzieci. Np. sensowne jest zadanie: *Ania dała każdej ze swoich dwóch koleżanek Asi i Basi po 7 cukierków. Ile cukierków rozdała Ania swoim koleżankom?* Natomiast niemal identyczne w treści i strukturze matematycznej zadanie: *Asia zjadła 7 cukierków, Basia zjadła 7 cukierków. Ile cukierków zjadły razem?* pozbawione jest sensu, gdyż żaden człowiek nie jest zainteresowany tym, ile łącznie czegoś zjadł z kimś innym. Przykłady takich zadań nieżyciowych prezentujemy w artykułach *Dziwny jest ten świat, czyli o wizji świata w zadaniach matematycznych* oraz *Dziecięca koncepcja matematyki tworzona przez zadania z podręczników szkolonych* opublikowanych [w:] *Wizja świata – wizja dziecka w przestrzeni podręczników do edukacji wczesnoszkolnej*, red. I. Czaja-Chudyba, B. Pawlak, J. Vaškevič-Buś, Kraków 2017.

Aby osiągnąć cel, jakim jest umiejętność rozwiązywania zadań/problemów, nie można jedynie rozwiązywać zadań gotowych. Potrzebna jest także umiejętność samodzielnego dostrzegania problemów (w tym stawiania pytań), samodzielnego układania/tworzenia zadań, co wiąże się z rozumieniem struktury zadania, rozróżnienia pojęć: rozwiązywanie, a rozwiązanie. Można to osiągnąć poprzez układanie pytań do tekstu zadania bez pytania lub wybieranie pytań spośród wielu gotowych, układanie zadań z rozsypanki zdaniowej, uzupełnianie tekstu zadania z lukami, korygowanie zadań celowo źle sformułowanych, przedłużanie zadań, przekształcanie, modyfikowanie oraz rozbudowywanie zadań[11]. W praktyce w edukacji wczesnoszkolnej rzadko stosowane są tego typu ćwiczenia. Najczęściej uczniowie rozwiązują gotowe zadania i to głównie typowe (a na dodatek czasami pozbawione życiowego sensu). Prawdopodobnie wynika to z nieufności wobec możliwości uczniów tego etapu kształcenia i przekonania o konieczności „prowadzenia maluchów za rękę". Stąd, narzucanie dzieciom schematów rozwiązania (wspomnianego już "WPLO" i „jakie działanie") i negowanie możliwości wystąpienia jakiejkolwiek dyskusji oraz ograniczanie możliwości zadawania pytań[12]. Ponadto, takim zachowaniom nauczycieli sprzyjały, do niedawna powszechnie stosowane w edukacji wczesnoszkolnej, karty pracy z gotowymi szablonami rozwiązań. Podczas ich wykorzystywania cała aktywność ucznia ukierunkowana była na wybór (zapisanych cyfrowo) liczb z tekstu, wpisanie ich w okienka i ewentualne wyznaczenie wyniku zaznaczonego w szablonie działania. Czynność ta mogła być realizowana całkowicie bezmyślnie.

Badania umiejętności uczniów edukacji wczesnoszkolnej w zakresie rozwiązywania zadań tekstowych

Jak już wspomniałyśmy, nie można nauczyć rozwiązywania zadań jedynie poprzez rozwiązywanie zadań gotowych. Ważna w tym procesie jest także umiejętność samodzielnego dostrzegania problemów (w tym stawiania pytań), samodzielnego układania/tworzenia zadań, uzupełnianie tekstu zadania z lukami, korygowanie zadań celowo źle sformułowanych.

---

[11] Por. B. Nawolska, J. Żądło-Treder, *Matematyczne zadania tekstowe a rozwija(nie) twórczego myślenia dzieci*, [w:] *Edukacja dziecka. Różnorodność perspektyw i działań*, red. E. Rostańska, B. Marzec, K. Wójcik, Dąbrowa Górnicza 2017, s. 239.

[12] Charakterystyczne komunikaty nauczyciela ograniczające możliwość zadawania pytań to np.: Nie przeszkadzaj; Przecież teraz rozwiązujemy zadanie; Teraz masz rozwiązywać. Potwierdzeniem takich postaw nauczycieli są wyniki badań przedstawione np. w książce autorstwa M. Dąbrowskiego, (Za) trudne, bo trzeba myśleć. Jak podaje autor, większość pytań zadawanych przez uczniów na lekcjach matematyki nie dotyczy istoty zadań/problemów, lecz jedynie spraw organizacyjnych, bo tylko takie pytanie są akceptowane.

Wobec tego, pod koniec roku szkolnego 2016/2017 przeprowadziłyśmy badania wśród uczniów klas II i III szkoły podstawowej, w celu sprawdzenia ich umiejętności w zakresie:

– dostrzegania problemów (układania pytań do tekstu zadania bez pytania),
– trafnego uzupełnienia brakujących danych liczbowych (luk) w zadaniu,
– krytycznego myślenia (korygowania nietypowego zadania z niedoborem danych),
– samodzielnego układania zadań do zadanej formuły/działania,
– rozwiązywania zadań częściowo przez siebie sformułowanych.

Narzędzie w badaniach stanowiły cztery zadania. Pierwsze było bez pytania, w drugim brakowało danych, trzecie było nietypowe z niedoborem danych, zaś w czwartym podana była formuła matematyczna, do której uczniowie samodzielnie układali zadanie. Po dokonaniu stosownych uzupełnień lub korekt uczniowie mieli w każdym przypadku rozwiązać powstałe zadanie.

Badania prowadzono przez dwa dni. Pierwszego dnia 39 uczniów (22 klasy II i 17 klasy III) rozwiązywało zadanie 1. i 2., zaś następnego dnia, zadanie 3. i 4. rozwiązywało 43 uczniów (23 klasy II i 20 klasy III). W analizie zebranego materiału badawczego uwzględniałyśmy podział na klasy tylko tam, gdzie różnica w umiejętnościach uczniów była znacząca. W przeciwnym razie prezentowałyśmy wyniki globalnie.

Umiejętność dostrzegania problemów

Każdy naukowiec swoje badania zaczyna od sformułowania problemów badawczych, czyli pytań. Od trafności (precyzji) pytania zależy przebieg badań. Bez rozumienia pytania nie jest możliwe rozwiązanie problemu (w szkole: zadania). Zatem, przejawem umiejętności dostrzegania problemów jest, wspomniana już, umiejętność zadawania pytań. By ją sprawdzić, dałyśmy uczniom następujące zadanie:

Zadanie 1. Ułóż pytanie pasujące do podanej treści zadania, a następnie rozwiąż to zadanie:
Ala miała 10 zł, od mamy dostała jeszcze 5 zł. W sklepie papierniczym kupiła 2 zeszyty po 3 zł i 4 naklejki po 50 gr.
Pytanie:……………………………………………………………………………
Rozwiązanie:…………………………………………………………………………..
Ułóż jeszcze inne pytania pasujące do podanej treści ……………………………………

Po sformułowaniu pytania uczniowie samodzielnie rozwiązywali tak dokończone przez siebie zadania. Dodatkowo, po rozwiązaniu, mieli ułożyć jeszcze inne pytania pasujące do podanej treści. Tak więc oprócz umiejętności formułowania pytania/pytań badałyśmy także umiejętność rozwiązania zadania częściowo samodzielnie sformułowanego. Wyniki badań prezentujemy w kolejnych tabelach.

Tabela 1

Liczba ułożonych pytań w zadaniu 1

Liczba pytań ułożonych przez jednego ucznia	Liczba uczniów
Jedno pytanie	11
Dwa pytanie	24
Trzy pytania	4
Łączna liczba uczniów	**39**

Spośród 39 uczniów każdy ułożył co najmniej jedno pytanie. Dokładnie jedno ułożyło 11 uczniów, w tym troje z nich dwa razy powtórzyło to samo pytanie, zaś dwoje to samo sformułowało na dwa różne sposoby. Jeden uczeń dwukrotnie pytał o resztę: *Ile złotych jej zostało?* oraz *Ile groszy jej zostało?* Drugi zaś dwukrotnie zapytał o koszt zakupów: *Ile zapłaciła?* oraz *Ile wydała?* W obu przypadkach na dwa sposoby pytali o to samo. Nie wiemy, czy byli tego świadomi, czy też sądzili, że formułują różne pytania. Aż 24 badanych ułożyło po dwa różne pytania, a zaledwie czterech – po trzy pytania.

Tabela 2

Rodzaj pytań w zadaniu 1

Rodzaj pytania	Liczba powtórzeń pytania
Ile wydała (ile zapłaciła)?	35
Ile złotych (groszy) zostało (jaka reszta)?	29
Ile pieniędzy miała?	6
Ile kosztowały naklejki?	1
Łączna liczba ułożonych pytań przez 39 uczniów	71

Najczęściej uczniowie pytali o koszt zakupów (*Ile zapłaciła razem?*, *Ile zapłaciła za zakupy?*, *Ile pieniędzy wydała?*, *Ile razem wydała?*, *Ile złotych wydała w sklepie Ala?*, *Ile Ala zapłaciła za swoje rzeczy?*, *Ile Ala musi zapłacić za wszystko?*, *Ile wydała Ala w sklepie papierniczym?, Ile złotych Ala zapłaciła?*). Łącznie ułożyli 35 takich pytań. Następnie rozwiązywali tak sformułowane zadanie, które było zadaniem nietypowym z nadmiarem danych, bowiem informacje o tym, ile pieniędzy miała na początku i ile dostała od mamy nie były potrzebne do znalezienia odpowiedzi.

Innym pytaniem, drugim co do częstości występowania, było pytanie, ile pieniędzy zostało Ali (*Ile Ali zostało złotych?, Ile zostało Ali pieniędzy?, Ile złotych jej zostało?, Ile Ali zostało reszty?, Ile Ala dostała reszty?*).

Należy zauważyć, że przy ostatnim pytaniu o resztę: *Ile Ala dostała reszty?* należałoby wiedzieć, jaką kwotę dała kasjerowi płacąc za zakupy i na tej podstawie ustalić tę resztę. Na przykład, gdyby dała banknot 10-złotowy, to reszta wyniosłaby 2 zł, gdyby dała monety: 5 zł, 2 zł i 2 zł, to reszta wyniosłaby 1 zł, a gdyby dała odliczoną kwotę, to nie dostałaby reszty, choć w każdym przypadku kwota pozostała z zakupów wynosiła tyle samo, czyli 7 zł. Ze sposobu rozwiązania zadania wynika, że w każdym przypadku, niezależnie od sposobu sformułowania pytania, uczniowie obliczali wysokość pozostałej Ali kwoty. Wobec tego pojawia się pytanie, czy rozumieją określenie „reszta"?

Przy pytaniu o pozostałą Ali kwotę (lub przy takim jego rozumieniu, choć innym sformułowaniu) powstałe zadanie było już typowe, bowiem do jego rozwiązania należało wykorzystać wszystkie dane. Pozostałe, inne, pytania pojawiały się sporadycznie.

Pytanie *Ile pieniędzy miała?* sformułowało tylko 6 uczniów, zaś pytanie *Ile kosztowały naklejki?* zadał tylko jeden uczeń. W każdym z tych przypadków powstało zadanie nietypowe z nadmiarem danych.

Warto zauważyć, że można było pytać jeszcze o:

– koszt zeszytów,

– różnicę w cenie zeszytów i naklejek (o ile droższe, o ile tańsze),

– różnicę/iloraz w liczbie zakupionych przedmiotów (o ile więcej, o ile mniej…, ile razy więcej, ile razy mniej),

– o różnicę/iloraz w kwocie posiadanej na początku, a otrzymanej od mamy.

Jednakże, te inne pytania się nie pojawiły, zaś pytania ułożone przez dzieci są analogiczne do pytań stosowanych zwykle w zadaniach podręcznikowych. Ponadto, najczęściej zadane przez dzieci pytanie *Ile wydała (zapłaciła)?* jest naturalne – takie każdy sobie sam może zadać (*Czy stać mnie na taki wydatek?, Czy mi wystarczy pieniędzy?*).

Podobnie jest z pytaniem: *Ile jej zostało?,* które też jest naturalne, ale raczej rzadziej je zadajemy (*Czy pozostała kwota wystarczy na inne wydatki?*).

Po ułożeniu pytania, uczniowie rozwiązywali tak powstałe zadanie. Ocenę poprawności tych rozwiązań prezentujemy w tabeli 3.

Tabela 3

Poprawność rozwiązania dokończonego zadania 1

Rozwiązanie	Liczba uczniów ogółem	Kl. II	Kl. III
Poprawne	21	8	13
Błędne	9	9	0
Częściowo poprawne	9	5	4
Razem	39	22	17

Z danych zawartych w tabeli 3 wynika, że każdy uczeń podjął próbę rozwiązania zadania. Jedynie nieco ponad połowa z nich poprawnie rozwiązała sformułowane przez siebie zadanie, zaś w prawie połowie przypadków (18 na 39) uczniowie sobie z tym nie poradzili.

Wśród częściowo poprawnych rozwiązań (9 osób) pojawiły się różnorodne błędy. Na przykład:

– jedna osoba pominęła daną (zamiast dwóch zeszytów uwzględniła tylko jeden), a w konsekwencji uzyskała błędny wynik;

– jedna osoba postawiła pytanie: *Ile pieniędzy jej zostało?*, a w obliczeniach ustaliła kwotę wydatków i na tym poprzestała, nie obliczając pozostałej Ali kwoty;

– kolejne trzy osoby nietrafnie rozwiązały swoje zadania. Postawiły pytanie o wydatki Ali, zaś w arytmetycznym rozwiązaniu przedstawiły pozostałą po zakupach kwotę; ponadto jedna z tych osób popełniła błąd rachunkowy w odejmowaniu, inna zaś pominęła jedną daną;

– inny uczeń z kolei zadał pytanie o pozostałą po zakupach kwotę, a w rozwiązaniu zapisał: 10 zł + 5 zł = 15 zł, 15 zł – 2 · 3 zł = 9 zł – 4 zł i 50 gr = 4 zł i 50 gr. Uczeń ten oprócz niepoprawnie użytego znaku równości albo źle zapisał informację o koszcie naklejek, albo nie zrozumiał tej informacji;

– trzy osoby zgodnie z pytaniem *Ile wydała*, poprawnie obliczyły wydatki (8 zł), jednak oprócz tego wyznaczyły (pisemnie lub tylko w pamięci) różnicę: albo między kwotą 15 zł i 8 zł, albo między 10 zł i 8 zł i różnie odpowiedziały, np.: *Wydała 2 zł*, *Zapłaciła 7 zł* (zamiast 8), *Zostało jej 2 zł.* Odpowiedzi te są nieadekwatne do sytuacji i dodatkowo niezgodne z postawionym pytaniem. Można przypuszczać, że w przypadku tych osób mamy do czynienia z pewnym schematycznym postępowaniem: w zadaniach *kupno/sprzedaż* liczymy koszt i resztę.

Wśród błędnych rozwiązań, tylko uczniów klasy II, na uwagę zasługują te, w których uczniowie wyznaczają, poprawnie lub nie, sumę (prawie) wszystkich danych. Na przykład:

10 zł + 5 zł + 3 zł + 50 gr = 20 zł
10 zł + 5 zł + 2 · 3 zł + 4 · 50 gr = 21 zł i 250 gr
10 zł + 5 zł + 2 zł + 3 zł + 4 zł + 50 gr = 24 i 50 gr[13].

Wśród innych błędnych rozwiązań w trzech pracach pojawiają się obliczenia:
15 zł – 3 zł – 50 gr = 11 zł i 50 gr, które mogłyby świadczyć o pewnym rozumieniu sytuacji opisanej w zadaniu, lecz ze względu na złożoność tej sytuacji autorzy jakby zredukowali część danych, upraszczając sobie w ten sposób zadanie. O prawdopodobieństwie takiego postępowania świadczą, sformułowane w dwóch przypadkach, pytania o pozostałą Ali kwotę.

Umiejętność trafnego uzupełnienia brakujących danych liczbowych

Innym zadaniem, za pomocą którego sprawdzałyśmy, jak uczniowie rozumieją strukturę zadania tekstowego i rolę danych liczbowych, było zadanie, w którym należało uzupełnić luki:

Zadanie 2. Uzupełnij tekst tak, aby powstało zadanie. Następnie rozwiąż swoje zadanie.
Tomek przez 2 lata oszczędzania zgromadził …. zł. Za część pieniędzy kupił wymarzony/e ……………………..... za ……zł oraz dwa ……………………….. po ……… zł. Ile ……………………...………
……………………………………………………………………….................………
Rozwiązanie:…………………………………………………...
…………………………………………………………….......................................……
Odpowiedź: ………………………………………….......................................……..

Wyniki zaprezentowałyśmy w tabeli 4.

Tabela 4

Wykonanie zadania 2

Czynność	Poprawność	Liczba uczniów	Razem
Uzupełnienie danych liczbowych	Poprawne	38*	39
	Niepoprawne	1	

[13] Te przykłady dziecięcych „rozwiązań” są potwierdzeniem spostrzeżeń M. Dąbrowskiego (opisanych w książce *(Za) trudne, bo trzeba myśleć*, s. 29), że u dzieci: … zdrowy rozsadek przegrywa z nawykiem (odruchem? strategią? …) brania do obliczeń liczb w takiej kolejności, w jakiej są one podawane w treści zadania … .

Sformułowanie pytania	Ile wydał?	13	40**
	Ile mu zostało?	27	
Rozwiązanie zadania	Poprawne	20	39
	Niepoprawne	19	
Odpowiedź	Poprawna	37	39
	Niepoprawna	2	

* Jeden uczeń uzupełnił dane tak, że były one sprzeczne, jednak ten fakt mógł dostrzec dopiero podczas rozwiązywania zadania, dlatego zaliczyłyśmy jego pracę do prac z poprawnie uzupełnionymi danymi.
** Łączna liczba pytań jest o 1 większa niż liczba uczniów, gdyż jeden uczeń sformułował dwa pytania.

Prawie wszyscy uczniowie poradzili sobie z poprawnym uzupełnieniem danych liczbowych i ich dobór był dostosowany do poziomu umiejętności rachunkowych badanych. Zakres liczbowy tych danych wahał się od 10 do 100 000, co wykracza poza wymagania określone w podstawie programowej. Taki dobór danych liczbowych świadczy o umiejętności samooceny uczniów. Ponadto, może być dla nauczyciela dobrą okazją zarówno do diagnozy uczniowskich możliwości, jak i pracy na zróżnicowanych poziomach.

Jedno niepoprawne uzupełnienie danych było następujące:

Tomasz przez 2 lata oszczędzania zgromadził 60 zł. Za część pieniędzy kupił wymarzony/e buty za resztę zł oraz dwa dolary po 5 zł. Ile Tomkowi zostało złotych?

W tym przypadku uczeń nie podał ceny butów, wobec czego zadanie jest nierozwiązywalne.

Oprócz uzupełniania danych, należało dokończyć pytanie zaczynające się słowem „Ile". Uczniowie zrobili to na dwa sposoby: albo pytali o kwotę wydatków, np. *Ile pieniędzy Tomek wydał?* (13 osób), albo o kwotę pozostałą po zakupach, np. *Ile pieniędzy Tomkowi zostało?* (27 osób). Wszyscy umieli sformułować poprawne pytanie, a jedna osoba sformułowała obydwa. Warto zauważyć, że w pierwszym przypadku powstawało zadanie nietypowe z nadmiarem danych, gdyż kwota oszczędności nie była potrzebna do rozwiązania zadania. Zaś w drugim przypadku powstawało zadanie typowe, złożone łańcuchowo.

Wszyscy uczniowie, niezależnie od rodzaju pytania i różnic w danych liczbowych, podjęli próbę rozwiązania zadania i w 20 przypadkach (tj. prawie połowa uczniów) zakończyła się ona sukcesem.

Wśród błędnych rozwiązań (19 przypadków) najczęściej pomijano zapisaną słownie liczbę „dwa" (aż u 12 uczniów) i uwzględniano jednokrotny wydatek. Błąd tego rodzaju wystąpił u 5 uczniów ustalających koszt zakupów oraz u 7 uczniów ustalających pozostałą po zakupach kwotę. Jest to charakterystyczny, często popełniany błąd wynikający z tego, że uczniowie wychwytują z tekstu tylko dane zapisane cyfrowo. Może to świadczyć o tym, iż nie czytają tekstu zadania. Przykład pracy z takim błędem:

Tomasz przez 2 lata oszczędzania zgromadził 1000 zł. Za część pieniędzy kupił wymarzony/e rower za 700 zł oraz dwa pudła cukierków po 100 zł. Ile mu zostało?
Rozwiązanie: *1000 – 700 – 100 = 200*
Odpowiedź: *Tomkowi zostało 200 zł*

Inne błędne rozwiązania wiążą się z wykonaniem obliczeń niezgodnych ze sformułowanym pytaniem, albo z nieadekwatną strategią rozwiązywania (np. uczeń oblicza pozostałą kwotę następująco: 1000 – 500 + 2 · 5 = 510 zamiast: 1000 – 500 – 2 · 5 = 490) bądź z wykonaniem obliczeń stanowiących tylko fragment rozwiązania. Należy zaznaczyć, że obliczenia, choć nie zawsze adekwatne, wykonane były w większości poprawnie. W dwóch przypadkach pojawiły się usterki w zapisie liczb wielocyfrowych (raz zgubiono jedno zero w zapisie liczby wielocyfrowej, a raz źle zapisano cyfrę tysięcy).

Wszyscy uczniowie, niezależnie czy zadanie rozwiązali poprawnie czy też nie, udzielili odpowiedzi. Za poprawną odpowiedź uznawałyśmy zdanie kwalifikujące się jako odpowiedź na postawione pytanie, niezależnie od zawartej w niej (dobrej/złej) wartości liczbowej. Chodziło nam o sprawdzenie rozumienia sensu formułowania odpowiedzi. Tylko w dwóch przypadkach uczniowie w odpowiedzi zamieścili zdania niekwalifikujące się jako odpowiedź. W jednym przypadku uczeń pytał: *Ile Tomek wydał pieniędzy?, a* w odpowiedzi zapisał: *Tomkowi zostało z oszczędności 200 zł.* Drugi zaś na pytanie: *Ile Tomkowi zostało złotych?,* zapisał: *Tomek zapłacił 10 zł.*

Umiejętność krytycznego myślenia

Umiejętność rozwiązywania zadań i jednocześnie umiejętność krytycznego myślenia sprawdzałyśmy za pomocą zadania 3., które było zadaniem nietypowym z niedoborem danych, rozwiązywało je łącznie 43 uczniów z klasy II i III. Zależało nam na sprawdzeniu, czy dostrzegą oni brak danych i czy potrafią skorygować zadanie tak, aby było możliwe jego rozwiązanie.

Zadanie 3. Rozwiąż zadanie. Jeżeli nie potrafisz go rozwiązać, to popraw je tak, by dało się rozwiązać.

Ala kupiła 2 soczki marchwiowe i 3 soczki pomarańczowe. Ile zapłaciła za soczki?
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

Tabela 5

Sposób korekty zadania 3. i ocena poprawności rozwiązania

Sposób korekty	Liczba uczniów	Rozwiązanie	Liczba uczniów
Uzupełnienie cen soczków	27	poprawne	20
		niepoprawne	2
		brak	5
Uzupełnienie kosztu soczków	8	poprawne	6
		niepoprawne	0
		brak	2
Zmiana pytania na pytanie o liczbę zakupionych soczków	5	poprawne	5
		niepoprawne	0
		brak	0
Brak korekty	3	mnożenie danych	1
		sumowanie danych	2
Razem	43		43

Spośród 43 uczniów aż 40 zauważyło nietypowość zadania związaną z niedoborem danych i wszyscy dokonali poprawnej korekty. Najwięcej z nich uzupełniło brakujące ceny soczków (27 osób). Zaledwie 5 uczniów zmieniło pytanie o koszt soczków na pytanie o ich liczbę, zaś 8 uczniów dokonało korekty poprzez dopisanie kosztu soczków marchwiowych i pomarańczowych. Jedynie 3 uczniów nie dostrzegło braku danych, uznając zadanie za poprawne. „Rozwiązali" oni zadanie mnożąc dane liczby (1 osoba) lub dodając je (2 osoby). W odpowiedzi podawali znalezioną w obliczeniach liczbę jako koszt soczków odpowiednio 6 zł (przy mnożeniu) bądź 5 zł (przy dodawaniu), mimo że dane liczby 2 (liczba soczków marchwiowych) oraz 3 (liczba soczków pomarańczowych) nie były mianowane!

Nie wszyscy, którzy dokonali korekty zadania podjęli się jego rozwiązania. Wśród tych, którzy zdecydowali się rozwiązać skorygowane/naprawione zadanie, tylko dwóch uczniów zrobiło to niepoprawnie.

Umiejętność redagowania zadania do podanej formuły

Kolejno sprawdzałyśmy umiejętność samodzielnego redagowania przez uczniów zadania do podanej formuły. Pewnym ułatwieniem dla nich miało być zamieszczenie w formule mian, jakimi były złote.

Zadanie 4. Ułóż takie zadanie tekstowe, aby można je było rozwiązać za pomocą następujących obliczeń:

4 zł + 3 · 5 zł = 19 zł

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

Tabela 6

Redagowanie zadania 4

Ocena ułożonego zadania	Sposób redagowania zadania		Liczba uczniów	Razem
Pozytywna	tekst poprawny z adekwatną strukturą matematyczną	sensowny życiowo	20	30
		bezsensowny życiowo	5	
	tekst poprawny ze zmienioną kolejnością liczb		5	
Negatywna	tekst poprawny bez pytania		2	13
	tekst poprawny lecz złe pytanie		1	
	tekst niepoprawny		10	
Razem			43	43

W większości (30 osób) uczniowie ułożyli zadania, których rozwiązania można przedstawić za pomocą podanej formuły. W tym w 20 przypadkach zadania są sensowne życiowo. Na przykład:

Adam miał 4 zł. Od mamy dostał 3 monety 5-złotowe. Ile złotych ma Adam?

Pięciu uczniów uwzględniło strukturę matematyczną, lecz treść ich zadań jest nieżyciowa. Zadania te z punktu widzenia matematyki można rozwiązać, i większość nauczycieli, niestety, je akceptuje, ale jakiż sens życiowy ma pytanie o to, ile np. wydadzą na zakupy dwie różne, obce sobie osoby. Takie pytanie jest pozbawione sensu życiowego, podobnie jak pozbawione sensu jest pytanie o łączne zarobki dwóch obcych osób. W każdym z ułożonych przez uczniów zadań z tej grupy było pytanie, albo o to ile łącznie mają pieniędzy dwie różne osoby, albo o to ile łącznie dwie różne osoby zapłaciły za zakupy. Na przykład:

Patryk kupił paczkę ciastek za 4 zł, a Maciek 3 paczki po 5 zł. Ile zapłacili razem chłopcy?

W tekstach zadań pięciu uczniów występuje niezgodność kolejności danych z kolejnością podaną w formule. Na przykład:

Agata kupiła 3 misie po 5 zł i książkę za 4 zł. Ile złotych zapłaciła Agata?

Wprawdzie dodawanie jest przemienne i zmiana kolejności składników nie wpływa na sumę, lecz przy takiej redakcji zadania bardziej naturalne rozwiązanie ma postać: 3 · 5 zł + 4 zł = 19 zł.

W pracach 13 uczniów pojawiły się różne usterki. Były to teksty bez pytania (2 prace) albo z niepoprawnym pytaniem (1 praca). Aż w 10 przypadkach propozycje uczniowskie były nie do zaakceptowania. Na przykład:

Adam miał 4 zł. Dostał od rodziców 3 razy 5 zł. Obliczył to i wyszło mu 19 zł [to nie jest zadanie, brak pytania];
Mama kupiła jedno ciastko po 4 zł i jeszcze 3 babeczki po 5 zł. Ile razem mama kupiła ciastek i babeczek [aby rozwiązanie było zgodne z formułą, powinno być inne pytanie];
Marta kupiła 4 babeczki i 3 banany za 5 zł. Ile Marta zapłaciła za zakupy? [niejasne czy 5 zł to koszt bananów – wtedy zadanie nierozwiązywalne, czy 5 zł to koszt całych zakupów, wtedy odpowiedź zawarta jest w treści; w każdym przypadku brak adekwatności do formuły – nieakceptowalne];
Adam kupił kilogram wiśni za 4 zł, a Franek za 15 zł kupił bransoletkę dla mamy. Ile złotych wydali chłopcy razem? [niezgodne z formułą, nieakceptowalne].

Podsumowanie wyników badań

Jak wynika z zaprezentowanego materiału, badani świetnie poradzili sobie z dostrzeganiem problemów (układaniem pytań) oraz z uzupełnianiem brakujących danych liczbowych. Nieźle też skorygowali nietypowe zadanie do postaci zadania rozwiązywalnego (40 osób na 43). Gorsze wyniki uzyskali w zakresie umiejętności redagowania zadania do podanej formuły. Poprawnie zadanie zredagowało 30 osób, to jest prawie 3/4 badanych. Zatem, z zadaniami odbiegającymi od szkolnej rutyny, uczniowie poradzili sobie całkiem dobrze. Prawdopodobnie, brak schematów/wzorów postępowania wymusił poszukiwanie racjonalnych strategii, co okazało się skuteczne.

Natomiast, umiejętność rozwiązywania zadań przez badanych uczniów była niewystarczająca. Zaledwie połowa poradziła sobie z rozwiązywaniem zadań i to w istocie zadań przez siebie sformułowanych (nie dostali do rozwiązania żadnego zadania w postaci gotowej). Ponadto, problematyka wszystkich zadań wykorzystanych w badaniach dotyczyła pieniędzy, zakupów, wydatków, czyli sytuacji, jak sądziłyśmy, dobrze dzieciom znanych z życia codziennego, co powinno było znacząco ułatwić zarówno zrozumienie sytuacji, jak i rozwiązanie zadania nawiązującego do doświadczeń dzieci. Tak się jednak nie stało. Ujawnia się tu zadziwiające zjawisko, które już zaobserwowałyśmy w badaniach wcześniejszych. Uczniowie doskonale radzący sobie w codziennym życiu, znający nominały polskich monet i banknotów, potrafiący w warunkach naturalnych (życiowych) wykonywać obliczenia pieniężne, po przekroczeniu murów szkoły zaczynają funkcjonować tak, jakby nie byli z tego świata. W szkole nie potrafią wykorzystać wiedzy zdobytej poza nią. Rozwiązanie zadania szkolnego kojarzy im się tylko z zapisem formuły matematycznej i rachunkami, i takiej formuły za wszelką cenę szukają, choćby to nie miało żadnego związku z rzeczywistością. Można przypuszczać, że wypracowane na lekcjach schematy/strategie blokują procesy myślowe, zdrowy rozsądek i nie pozwalają na skuteczne zachowania prowadzące do poprawnego rozwiązania zadań[14].

Wnioski

Jak wynika z zaprezentowanych badań, jeżeli zaufamy uczniom edukacji wczesnoszkolnej, damy im szansę ujawnienia swoich możliwości, nie narzucając żadnych schematów, to potrafią oni podjąć wyzwanie i pokazać, że umieją myśleć i działać. Nieźle sobie radzą w sytuacjach nowych, niestandardowych (sformułuj pytanie, uzupełnij dane, skoryguj zadanie). Zaś w typowych szkolnych sytuacjach (rozwiąż zadanie) działają schematycznie, rutynowo, niekiedy bezmyślnie i bez refleksji. Można domniemywać, że taki sposób postępowania nie pojawił się bez udziału nauczyciela. Nie jest bowiem obojętne, jak uczymy dzieci rozwiązywania zadań. „Jeśli nauczyciel poświęci swój czas na ćwiczenie swoich uczniów w szablonowych działaniach, wówczas zabije ich intelektualny rozwój i nie wykorzysta swojej szansy”[15]. Ważne jest, by pozwolić uczniowi na samodzielne myślenie i samodzielne odkrycie rozwiązania.

Ponadto, co znajduje potwierdzenie w naszych wcześniejszych badaniach[16], nauczyciele edukacji wczesnoszkolnej częstokroć wywodzą się z grupy osób, które doświadczały trudności w uczeniu się matematyki, wobec czego nie są w stanie przełamać własnej niechęci do tego przedmiotu i negatywnego stosunku do jego uczenia, czym, niestety, „zarażają” swoich uczniów. A przecież na etapie edukacji wczesnoszkolnej kształtuje się u dzieci stosunek do matematyki i jeżeli na tym etapie stosunek dziecka do tego przedmiotu będzie negatywny, to trudno to zmienić na kolejnych etapach.

---

[14] B. Nawolska, J. Żądło, *Jakie monety ma w skarbonce Agatka?*, s. 92.

[15] G. Polya, *Jak to rozwiązać?*, Warszawa 1993, s. 5.

[16] Por. B. Nawolska, J. Żądło-Treder, *Nauczyciel edukacji wczesnoszkolnej a matematyka*, Pedagogika Przedszkolna i Wczesnoszkolna, 2017, 1, s. 121-132.

Oprócz tego, jak czytamy we *Wnioskach z badań i dyskusji dotyczących nauczania matematyki*:

> Nauczycielom edukacji wczesnoszkolnej brakuje merytorycznej wiedzy matematycznej, czasem w stopniu wysoce niepokojącym. Z badań wynika, że może to stanowić barierę w rozwijaniu umiejętności matematycznych uczniów. Nauczyciel, który niepewnie czuje się w omawianych z uczniami zagadnieniach, ogranicza się do przekazywania typowych schematów[17].

Ponadto bywa tak, że nauczyciele, w dobrej wierze, chcąc zaoszczędzić uczniom klas I-III trudności w zmaganiu się z niełatwymi zadaniami, ograniczają się jedynie do rozwijania u nich sprawności rachunkowej, co powoduje, że później uczniowie ci nawet nie podejmują prób związanych z rozwiązywaniem matematycznych problemów. Nie wierzą we własne możliwości, rozwiązywanie zadań wywołuje u nich lęk.

Konieczne są więc działania naprawcze:

> W nauczaniu matematyki należy podnieść znaczenie rozumowania, argumentacji, tworzenia strategii rozwiązania problemów matematycznych i innych wymagań ogólnych sformułowanych w podstawie programowej. Dotyczy to wszystkich etapów edukacyjnych. Uczenie podstawowych umiejętności narzędziowych powinno być nadal obecne w polskiej szkole, jednak samo w sobie nie może stanowić celu oderwanego od wzmacniania samodzielności rozumowania ucznia i budowania jego zaufania do własnych możliwości w rozwiązywaniu nowych dla niego problemów. Wyzwaniem jest przezwyciężenie bardzo trwałych przyzwyczajeń, zarówno uczniów, jak i ich rodziców, a także większości samych nauczycieli, do redukowania szkolnej matematyki do zagadnień, nad którymi się nie dyskutuje, które są podane do wiadomości i nauczenia, których przeciętny śmiertelnik nie zgłębia i nie docieka. Przełamanie tych przyzwyczajeń ważne jest szczególnie w pracy z najmłodszymi uczniami, ale dotyczy wszystkich etapów edukacyjnych[18].

BIBLIOGRAFIA

Dąbrowski M., *(Za) trudne, bo trzeba myśleć. O efektach nauczania matematyki na I etapie kształcenia*, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2013.

Dąbrowski M., Wiatrak E., *Umiejętności matematyczne trzecioklasistów*, [w:] *Ogólnopolskie Badanie Umiejętności Trzecioklasistów, Raport z badań OBUT 2011,* red. A. Pregler, E. Wiatrak, Centralna Komisja Egzaminacyjna, Warszawa 2011.

Dąbrowski M., Wiatrak E., *Umiejętności matematyczne trzecioklasistów*, [w:] *Ogólnopolskie Badanie Umiejętności Trzecioklasistów, Raport z badania OBUT 2012,* red. A. Pregler, E. Wiatrak, Centralna Komisja Egzaminacyjna, Warszawa 2012.

[17] Wnioski z badań i dyskusji dotyczące nauczania matematyki, s. 2.

[18] Tamże, s. 4.

Karpiński M., Nowakowska A., Orzechowska M., Sosulska D., Zambrowska M., *Raport z ogólnopolskiego badania umiejętności trzecioklasistów OBUTm 2014,* Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2014.

Kozielecki J., *Myślenie i rozwiązywanie problemów*, [w:] *Psychologia ogólna,* tom I, red. T. Tomaszewski, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1992.

Nawolska B., Żądło J., *Jakie monety ma w skarbonce Agatka? Czyli jak studenci pedagogiki rozwiązywali pewne zadanie,* [w:] *Vyučovani matematice z pohledu kompetenci žaka a učitele 1. stupně základniho vzdéláváni – Srni 2007 sbornik z konference s mezinárodni účasti věnované počátečnimu vyučováni matematiky na 1. stupni základni školy,* Zapadočeska Univerzita v Plzni, Srni 2007.

Nawolska B., Żądło J., *Rôzne spôsoby riešenia netypickej slovnej úlohy deväť– až desaťročnými žiakmi,* [w:] *Matematika v škole dnes a zajtra, Zbornik 7. ročnika konferencje s medzinarodnou účast'ou*, Ružomberok 2007.

Nawolska B., Żądło J., *Ile kropek ma dalmatyńczyk? – czyli jak można rozwiązywać pewne zadanie,* [w:] *Matematika 3. Mathematical Education from Pupil's and Primary School Teacher's view*, Olomouc 2008.

Nawolska B., Żądło J., *Dziecięca koncepcja matematyki tworzona przez zadania z podręczników szkolonych,* [w:] *Wizja świata – wizja dziecka w przestrzeni podręczników do edukacji wczesnoszkolnej*, red. I. Czaja-Chudyba, B. Pawlak, J. Vaškevič-Buś, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Pedagogicznego im. KEN w Krakowie, Kraków 2017.

Nawolska B., Żądło J., *Dziwny jest ten świat, czyli o wizji świata w zadaniach matematycznych,* [w:] *Wizja świata – wizja dziecka w przestrzeni podręczników do edukacji wczesnoszkolnej*, red. I. Czaja-Chudyba, B. Pawlak, J. Vaškevič-Buś, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Pedagogicznego im. KEN w Krakowie, Kraków 2017.

Nawolska B., Żądło-Treder J., *Matematyczne zadania tekstowe a rozwija(nie) twórczego myślenia dzieci,* [w:] *Edukacja dziecka. Różnorodność perspektyw i działań*, red. E. Rostańska, B. Marzec, K. Wójcik, Wydawnictwo Naukowe Wyższej Szkoły Biznesu, Dąbrowa Górnicza 2017.

Nawolska B., Żądło-Treder J., *Nauczyciel edukacji wczesnoszkolnej a matematyka*, Pedagogika Przedszkolna i Wczesnoszkolna, 2017, 1.

Nowakowska A., Sosulska D., Sułowska A., Zambrowska M., *Umiejętności matematyczne trzecioklasistów*, [w:] *Ogólnopolskie badanie umiejętności trzecioklasistów, Raport z badania OBUT 2013,* red. A. Pregler, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2013.

Polya G., *Jak to rozwiązać?,* Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1993.

Wnioski z badań i dyskusji dotyczące nauczania matematyki, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2015, http://www.ibe.edu.pl/images/materialy/Matematyka-wnioski-z-badan-i-dyskusji.pdf [dostęp: 13.02.2018].