

TOMASZ PRZYBYŁA

ORCID 0000-0002-8309-6559

*Uniwersytet im. Adama Mickiewicza  
w Poznaniu*

## TECHNOLOGICZNE WSPOMAGANIE UCZENIA SIĘ MATEMATYKI

ABSTRACT. Przybyła Tomasz, *Technologiczne wspomaganie uczenia się matematyki* [Technological Support for Learning Mathematics]. *Studia Edukacyjne* no. 61, 2021, Poznań 2021, pp. 101-112. Adam Mickiewicz University Press. ISSN 1233-6688. DOI: 10.14746/se.2021.61.5

The use of Information and Communication Technology (ICT) in education during a pandemic has become a fact and a must. Before COVID-19 (for decades), the need to use ICT in education was postulated and suggested. Research carried out in this area resulted from the need to understand what technologies are potentially available for use in education, including the teaching and learning of mathematics. One important issue still to be resolved is whether and how to support children in their mathematical education using technology. This publication, referring to selected recent studies conducted worldwide, gives examples and arguments for technological support of mathematics learning.

**Key words:** ICT, children, mathematical education, technology enhanced education

### Wprowadzenie

Uczenie się matematyki może być dla dziecka ciekawym wyzwaniem, przygodą, pokonywaniem trudności, odkrywaniem czegoś nowego, zaspokajaniem swojej poznawczej ciekawości. Dla wielu uczniów jawi się, niestety, jako coś nudnego i odtwórczego<sup>1</sup>, a co gorsza, wielu z nich odczuwa lęk przed matematyką<sup>2</sup>. Uczniowie z trudnościami w uczeniu się matematyki doświadczają tego lęku niemal dwukrotnie częściej niż ich rówieśni-

---

<sup>1</sup> M. Żytko, *Aktywność matematyczna dzieci – odkrywanie czy odtwarzanie?*, [w:] *Liczy w cyfrowym świecie. Rozmowy o współczesnej edukacji matematycznej dziecka*, red. T. Przybyła, Poznań 2021, s. 13.

<sup>2</sup> U. Oszwa, *Rola emocji w edukacji matematycznej: lęk przed matematyką a osiągnięcia uczniów*, [w:] *Tamże*, s. 29-44.

cy<sup>3</sup>. I choć nadal pojawiają się głosy sugerujące, że nie ma bezpośredniego związku między lękiem przed matematyką a osiągnięciami matematycznymi małych dzieci<sup>4</sup>, to na przeciwnym biegunie znajdziemy te, w których udowodniono, że lęk ten może zakłócać nie tylko wyniki w nauce matematyki od samego początku szkoły podstawowej, ale także ograniczać przyswajanie nowej wiedzy matematycznej u bardzo małych dzieci, a to może prowadzić do kumulowania się różnic w biegłości matematycznej<sup>5</sup>. Nauczyciele, a zwłaszcza przyszli nauczyciele edukacji przedszkolnej i wczesnoszkolnej, często traktują matematykę jako przedmiot trudny<sup>6</sup> i sami nie są pewni, jak najlepiej wspierać rozwój kompetencji matematycznych małych dzieci<sup>7</sup>. Jakkolwiek zauważa się piękno matematyki i w matematyce<sup>8</sup>, to jednak wiele dzieci oraz wielu dorosłych nie potrafi go dostrzec. To, że rodzimy się z umiejętnością wykonywania prostych obliczeń<sup>9</sup> nie wystarczy, aby pokochać matematykę i nazywać ją za Carlem Fridrichem Gaussem „królową nauk”.

Potrzebujemy dobrej edukacji matematycznej, aby móc naprawdę zacząć myśleć matematycznie<sup>10</sup> – to nadrzędny cel edukacji matematycznej<sup>11</sup>. Warto więc zwrócić uwagę na badania, w których dostrzega się potencjał stosowa-

---

<sup>3</sup> E.S. Johnson, A.B. Clohessy, P. Chakravarthy, *A Self-Regulated Learner Framework for Students with Learning Disabilities and Math Anxiety*, *Intervention in School and Clinic* 2021, 56, 3, s. 163-171.

<sup>4</sup> M. Szczygieł, *The relationship between math anxiety and math achievement in young children is mediated through working memory, not by number sense, and it is not direct*, *Contemporary Educational Psychology*, 2021, 65.

<sup>5</sup> C. Tomasetto i in., *Math anxiety interferes with learning novel mathematics contents in early elementary school*, *Journal of Educational Psychology*, 2021, 113, 2, s. 315-329; E.S. Johnson, A.B. Clohessy, P. Chakravarthy, *A Self-Regulated Learner Framework*, s. 163-171.

<sup>6</sup> J.V. Copley, Y. Padrón, *Preparing teachers of young learners: Professional development of early childhood teachers in mathematics and science*, [w:] *Dialogue on Early Childhood Science, Mathematics, and Technology Education*, red. G.D. Nelson, American Association for the Advancement of Science, 1998, s. 117-129.

<sup>7</sup> A. MacDonald, S. Murphy, *Mathematics education for children under four years of age: A systematic review of the literature*, *Early Years* 2019, s. 1-18; <http://dx.doi.org/10.1080/09575146.2019.1624507>.

<sup>8</sup> Z. Melosik, *Piękno i estetyka w matematyce*, *Studia Edukacyjne*, 2021, 60, s. 103-112.

<sup>9</sup> J. Christodoulou, A. Lac, D.S. Moore, *Babies and math: A meta-analysis of infants' simple arithmetic competence*, *Developmental Psychology*, 2017, 53, s. 1405-1417; K. Kowalska, M. Klichowski, *„Interferencje języka”: przegląd doniesień dotyczących pochodzenia i dynamiki związków języka z prakcją i liczbami*, [w:] *Dziecko w przestrzeniach języka. Wybrane konteksty teoretyczne – wybrane perspektywy praktyczne*, red. K. Kuszak, Poznań 2018, s. 25-49; A. Walerzak-Więckowska, M. Lipowska, P. Jurek, *Dyskalkulia rozwojowa – deficyt wiadomości matematycznych czy umiejętności arytmetycznych – od rozważań terminologicznych do praktyki diagnostycznej*, *Polskie Forum Psychologiczne*, 2018, 23, s. 759-782.

<sup>10</sup> O. Houde, N. Tzourio-Mazoyer, *Neural Foundations of Logical and Mathematical Cognition*, *Nature Reviews Neuroscience*, 2003, 4, s. 507-514.

<sup>11</sup> B. Bugajska-Jaszczołt, M. Czajkowska, *Wielowymiarowość kompetencji arytmetycznych – między teorią a praktyką*, [w:] *Liczyb w cyfrowym świecie*, s. 53.

nia ICT w uczeniu się matematyki<sup>12</sup>. Wzmacniają one przekonanie, że technologia może także uzupełniać rolę nauczyciela, umożliwiając szerokie i bogate możliwości uczenia się matematyki, a także wspierać go w prowadzeniu zajęć z matematyki w różnych jej obszarach<sup>13</sup>.

## ICT w nauczaniu matematyki

Obecnie, dla dzieci na całym świecie, to nie sala lekcyjna jest głównym miejscem edukacji. „Nowa sala lekcyjna” znajduje się tam, gdzie obecnie są uczniowie i posiadane przez nich urządzenia mobilne. ICT „rozciągają” tradycyjną klasę – przekształcając ją do tego stopnia, że trudno ją rozpoznać. Powstają prace naukowe sprawdzające, czy COVID-19 jest bramą dla cyfrowego nauczania w edukacji matematycznej<sup>14</sup>. Zmienia się pojęcie tego czym jest klasa, ale także tego kto w tym układzie pełni rolę ucznia, a kto nauczyciela<sup>15</sup>. Uczenie nie obejmuje już tylko standardowych przestrzeni, czy znanych nam form kształcenia zdalnego (e-learning, u-learning, m-learning, smart-learning), ale obejmuje także inne, wcześniej nie tak bardzo edukacyjnie postrzegane, przestrzenie, jak na przykład cyberparki – w których uczenie się jest bardzo efektywne<sup>16</sup> – jak również przestrzenie, które zostały zaadaptowane jako nadające się do edukacji w czasie pandemii.

Wielość badań poświęconych ICT wskazuje, że ciągle weryfikujemy przeróżne aspekty ich stosowania (w pierwszym półroczu 2021 roku odnajdziemy ponad 2300 publikacji w recenzowanych czasopismach naukowych)<sup>17</sup>. Pojawiają się, oczywiście, także badania podkreślające pewne kontrowersje – podważa się efektywność zajęć matematycznych, w których wykorzystywane są ICT<sup>18</sup>, czy wskazuje się, że stosowanie ICT na lekcjach matematyki obniża ich efektywność<sup>19</sup>. Sugeruje się, że w części z nich można odnaleźć niedo-

<sup>12</sup> S.F. Griffith i in., *Apps as learning tools: a systematic review*, *Pediatrics*, 2020, 145(1), s. 2019, 1579; <http://dx.doi.org/10.1542/peds.2019-1579>.

<sup>13</sup> S. Verbruggen, F. Depaep, J. Torbeyns, *Effectiveness of educational technology in early mathematics education: A systematic literature review*, *International Journal of Child-Computer Interaction*, 2020, s. 100-220.

<sup>14</sup> E.M. Mulenga, J.M. Marbán, *Is COVID-19 the Gateway for Digital Learning in Mathematics Education?*, *Contemporary Educational Technology*, 2020, 12(2), ep269; <https://doi.org/10.30935/cedtech/7949>

<sup>15</sup> M.C. Borba i in., *Digital technology in mathematics education: Research over the last decade*, [w:] *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education*, Cham 2017, s. 221-233.

<sup>16</sup> M. Klichowski, *Learning in CyberParks. A theoretical and empirical study*, Poznań 2017.

<sup>17</sup> Ebsco, <http://web.a.ebscohost.com/ehost/search/basic?vid=13&sid=a01dbeeb-b1d-0-41fb-bd26-9056a6cc441e%40sessionmgr4006>, [dostęp: 10.06.2021].

<sup>18</sup> S. Vanbecelaere i in., *The effects of two digital educational games on cognitive and non-cognitive math and reading outcomes*, *Computers & Education*, 2020, 143, s. 103-680.

<sup>19</sup> P. Drijvers, *Digital tools in Dutch mathematics education: a dialectic relationship*, [w:] *National Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics*, Cham 2020, s. 177-195; J. Fraillon, i in., IEA

ciągnięcia teoretyczne i metodologiczne, przywoływane dane są nieaktualne, skupia się tylko na określonej grupie dzieci lub też, że zrealizowano je w sposób niewyczerpujący podejmowane rozważania<sup>20</sup>. Jednak w większości, przeanalizowanych na potrzeby tego artykułu raportów naukowych, panuje dość powszechna zgoda co do faktu, że ICT mogą skutecznie wspomagać uczenie się, w tym uczenie się matematyki<sup>21</sup>. Dlatego, dalszy wywód podzielono na trzy części. W pierwszej zasygnalizowano, w jakich umiejętnościach matematycznych i u dzieci w jakim wieku wskazuje się na pozytywne stosowanie technologicznego wspomaganie uczenia się matematyki. Następnie opisano, jakie znaczenie dla uzyskania dobrych rezultatów ma stosunek nauczycieli do technologicznego wspomaganie uczenia się oraz jakiego typu oddziaływania z użyciem technologii przynoszą lepsze rezultaty. W trzeciej postuluje się świadome wykorzystywanie potencjalnych możliwości wynikających z użycia już najprostszych i często tanich ICT, w celu polepszenia efektów edukacyjnych w zakresie nabywania kompetencji matematycznych.

### W czym i komu może pomóc ICT?

ICT pozwalają na dokonywanie użytecznych manipulacji<sup>22</sup> i reprezentacji, które mogą być tak samo ważne dla uczniów jak obiekty fizyczne, a dzieci z nich korzystające wykazują znacznie lepsze rezultaty w klasyfikowaniu i logicznym myśleniu, niż dzieci, które wykonywały wyłącznie fizyczne manipulacje<sup>23</sup>.

---

*international computer and information literacy study 2018 assessment framework*, Nature, 2019, s. 74; J Hardman, *Towards a pedagogical model of teaching with ICTs for mathematics attainment in primary school: A review of studies 2008-2018*, Heliyon, 2019, 5(5), s. e01726; P. Lameraz, N. Moumoutzis, *Towards the gamification of inquiry-based flipped teaching of mathematics a conceptual analysis and framework*. [w:] *2015 International Conference on Interactive Mobile Communication Technologies and Learning (IMCL)*, IEEE, s. 343-347.

<sup>20</sup> S. Verbruggen, F. Depaepe, J. Torbeyns, *Effectiveness of educational technology*, s. 100-220.

<sup>21</sup> S. Chauhan, *A meta-analysis of the impact of technology on learning effectiveness of elementary students*, Computers & Education, 2017, 105, s. 14-30; A. Drigas, G. Kokkalia, M.D. Lytras, *ICT and collaborative co-learning in preschool children who face memory difficulties*, Computers in Human Behavior, 2015, 51, s. 645-651; S.F. Griffith i in., *Apps as learning tools*; S. Verbruggen, F. Depaepe, J. Torbeyns, *Effectiveness of educational technology*, s. 100-220; J. Young, *Technology-enhanced mathematics instruction: A second-order meta-analysis of 30 years of research*, Educational Research Review, 2017, 22, s. 19-33.

<sup>22</sup> T. Przybyła i in., *Dziecięca matematyka*, [w:] *Pedagogika dziecka*, red. H. Krauze-Sikorska, M. Klichowski, Poznań 2020, s. 119-137; T. Przybyła, M. Klichowski, „Cyfrowe liczby”: Przykłady narzędzi ICT służących kształtowaniu kompetencji matematycznych ucznia poprzez stymulację praktyki, [w:] *Psychoedukacyjne problemy młodzieży, czyli jak być świadomym wychowawcą*, Poznań 2018, s. 56-64; M. Klichowski, T. Przybyła, *Does cyberspace increase young children's numerical performance? A brief overview from the perspective of cognitive neuroscience*, [w:] *Świat małego dziecka. Przestrzeń instytucji, cyberprzestrzeń i inne przestrzenie dzieciństwa*, red. H. Krauze-Sikorska, M. Klichowski, Poznań 2017, s. 425-444; T. Przybyła, A. Basińska, M. Klichowski, *Smartphones and children's mathematics*, [w:] *Children in the postmodern world. Culture – media – social inequality*, red. H. Krauze-Sikorska, M. Klichowski, Poznań 2014, s. 11-20.

<sup>23</sup> D.H. Clements, J. Sarama, *Myths of early math*. Education Sciences 2018, 8(2), s. 71.

Jednakże, stopień, w jakim technologie pozwalają to osiągnąć i odnieść pozytywny wpływ na wyniki uczniów, zależy jest również od tego, w jaki sposób ICT wykorzystywane są jako narzędzia nauczania/uczenia się<sup>24</sup>. Jednym z przywoływanych elementów, mogących poprawić jakość edukacji matematycznej, jest stosowanie nauczania wspomaganego komputerowo, do czego zalicza się gry dostępne na urządzenia stacjonarne (laptopy, komputery stacjonarne), jak i mobilne (smartfony, tablety)<sup>25</sup>. Sugeruje się, że wykorzystanie ICT na lekcjach matematyki rośnie, jednak wyniki jej stosowania nie są zgodne z ich postrzeganym potencjałem odnoszącym się do podnoszenia doświadczeń edukacyjnych<sup>26</sup>.

W publikacjach naukowych spotykamy wiele badań wspierających przekonanie, że ICT mogą być niewątpliwie skutecznym narzędziem do uczenia matematyki i poprawiania wyników już najmłodszych uczniów<sup>27</sup>. Warto odnotowana jest również to, że wśród tych analiz odnajdziemy dowody na skuteczność wykorzystania ICT w podnoszeniu kompetencji matematycznych nawet dzieci w wieku przedszkolnym<sup>28</sup>. Na podstawie wyników badań realizowanych w Polsce<sup>29</sup>, ale i na świecie<sup>30</sup>, można potwierdzić, że dzieci w wieku

<sup>24</sup> J. Hardman, *Towards a pedagogical model of teaching*.

<sup>25</sup> E. Kurvinen i in., *Long Term Effects on Technology Enhanced Learning: The Use of Weekly Digital Lessons in Mathematics*, *Informatics in Education*, 2020, 19(1), s. 51-75.

<sup>26</sup> P. Lameris, N. Moutoutzis, *Towards the gamification of inquiry-based flipped teaching*, s. 343-347; G. Oates, *Sustaining integrated technology in undergraduate mathematics*, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 2011, 42(6), s. 709-721; <http://dx.doi.org/10.1080/0020739x.2011.575238>.

<sup>27</sup> S.F. Griffith i in., *Apps as learning tools*; S. Chauhan, *A meta-analysis of the impact of technology*, s. 14-30; J. Young, *Technology-enhanced mathematics instruction*, s. 19-33; A. Drigas, G. Kokkalia, M.D. Lytras, *ICT and collaborative co-learning*, s. 645-651; S. Demir, G. Basol, *Effectiveness of Computer-Assisted Mathematics Education (CAME) over Academic Achievement: A Meta-Analysis Study*, *Educational Sciences: Theory and Practice*, 2014, 14(5), s. 2026-2035.

<sup>28</sup> S. Verbruggen, F. Depaep, J. Torbeyns, *Effectiveness of educational technology*, s. 100-220; K. Larkin, N. Calder, *Mathematics education and mobile technologies*, *Mathematics Education Research Journal*, 2016, 28(1), s. 1-7; H. Crompton, J. Traxler (red.) *Mobile learning and mathematics: foundations, design, and case studies*, Routledge 2015.

<sup>29</sup> B. Bugajska-Jaszczołt, M. Czajkowska, *Nabywanie i doskonalenie matematycznych umiejętności złożonych w klasach I-III*, [w:] *Matematyczna edukacja wczesnoszkolna. Teoria i praktyka*, red. Z. Semadeni, E. Gruszczyk-Kolczyńska, G. Treliński, B. Bugajska-Jaszczołt, M. Czajkowska, Kielce 2015, s. 225-244; M. Czajkowska, *Przyczyny niepowodzeń w nauce matematyki. Jak szkoła może wspierać rozwój dziecka w zakresie rozwijania zdolności myślenia i nabywania kompetencji matematycznych*, [w:] *Szkoła w sytuacji trudnej. Zdążyć z pomocą*, red. B. Szurowska, Warszawa 2020, s. 85-107; M. Dąbrowski, *(Za)trudne, bo trzeba myśleć? O efektach nauczania matematyki na I etapie kształcenia*, Warszawa 2013; E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Na czym polega intensywne wspomaganie rozwoju umysłowego oraz edukacja matematyczna dzieci*, [w:] *Wspomaganie rozwoju umysłowego oraz edukacja matematyczna dzieci w ostatnim roku wychowania przedszkolnego i w pierwszym roku szkolnej edukacji*, red. E. Gruszczyk-Kolczyńska, Warszawa 2009, s. 21-37.

<sup>30</sup> S.B. Piasta, C.Y. Pelatti, H.L. Miller, *Mathematics and science learning opportunities in preschool classrooms*, *Early Education and Development*, 2014, 25(4), s. 445-468; <http://dx.doi.org/10.1080/10409289.2013.817753>.

przedszkolnym oraz wczesnoszkolnym najczęściej wykazują ogólne zainteresowanie matematyką i chętnie się jej uczą, a stosowanie ICT na tym etapie jest nie tylko dla nich atrakcyjne, ale skutecznie wspiera rozwój kompetencji matematycznych<sup>31</sup>. Wydaje się to szczególnie istotne, ponieważ nabywane wczesne umiejętności matematyczne są fundamentem ich rozwoju, nie tylko w zakresie kompetencji matematycznych<sup>32</sup>, ale także późniejszych osiągnięć matematycznych, co podkreślają analizy poświęcone skuteczności technologii stosowanych w edukacji na poziomie szkół podstawowych i średnich<sup>33</sup>.

### **Jakie warunki powinny być spełnione, by nauczanie matematyki wspomagane ICT było skuteczne?**

W badaniu Kurvinen, Kaila, Laakso i Salakoski<sup>34</sup>, sprawdzającym jaki wpływ długoterminowy ma na uczniów nauczanie matematyki wspomagane komputerowo, zauważono, że w grupie eksperymentalnej (stosującej nauczanie wspomagane komputerowo) uzyskano statystycznie istotnie wyższe wyniki w dziedzinie efektywności uczenia się w porównaniu z grupą kontrolną. W zakresie płynności wykonywania działań arytmetycznych zauważono małą różnicę na korzyść grupy eksperymentalnej, jednak nie była ona istotna statystycznie. Badacze zauważyli pozytywny wpływ uczenia wspomaganego technologią na efektywność procesu uczenia się matematyki. Porównując klasy stosujące przez około 2 lata wspomagane komputerowo lekcje matematyki z klasami stosującymi tradycyjne metody (długopis i papier), zauważono, że w klasach eksperymentalnych uzyskano statystycznie znacznie lepsze efekty niż w klasach kontrolnych. Dotyczyło to nie tylko ćwiczeń obliczeniowych, ale także liczby błędów popełnionych przez uczniów z obu grup. Grupa kontrolna popełniła średnio trzy razy więcej błędów niż grupa eksperymentalna. Na podstawie zebranych wyników stwierdzono, że dzięki regularnej, cotygodniowej lekcji wzbogaconej o technologiczne narzędzia edukacyjne można poprawić wyniki uczniów w nauce matematyki. Zasugerowano, że taki rodzaj

<sup>31</sup> D.H. Clements, J. Sarama, *Young children and technology: what does the research say*, Young Children, 2003, 58(6), s. 34-40.

<sup>32</sup> A. Kalinowska, *Pozwólmy dzieciom działać – mity i fakty o rozwoju myślenia matematycznego*, Warszawa 2010; A. Kalinowska, *Zjawisko ukrytej przemocy wobec najmłodszych uczniów na zajęciach matematycznych*, Problemy Wczesnej Edukacji, 2019, 15(4), s. 70-84.

<sup>33</sup> J. Young, *Technology-enhanced mathematics instruction*, s. 19-33; A.C. Cheung, R.E. Slavin, *The effectiveness of educational technology applications for enhancing mathematics achievement in K-12 classrooms: A meta-analysis*, Educational Research Review, 2013, 9, s. 88-113; <http://dx.doi.org/10.1016/j.edurev.2013.01.001>; Q. Li, X. Ma, *A meta-analysis of the effects of computer technology on school students' mathematics learning*, Educational Psychology Review, 2010, 22(3), s. 215-243; <http://dx.doi.org/10.1007/s10648-010-9125-8>; G.J. Duncan i in., *School readiness and later achievement*, Developmental Psychology, 2007, 43(6), s. 1428-1446; <http://dx.doi.org/10.1037/0012-1649.43.6.1428>.

<sup>34</sup> E. Kurvinen i in., *Long Term Effects on Technology Enhanced Learning*, s. 51-75.

zajęć może być wykorzystywany jako skuteczne uzupełnienie tradycyjnego nauczania. Badanie to pokazuje, że pozytywny efekt właściwie wdrożonej technologii wspomagającej uczenie się matematyki jest zauważalny nie tylko w wynikach krótko-, ale przede wszystkim długoterminowych. Autorzy opisywanych badań potwierdzają, że jedna lekcja matematyki w tygodniu, zrealizowana z wykorzystaniem nauczania wspomaganego komputerowo, jest zdecydowanie wystarczająca, aby uzyskać korzyści i pozostawić miejsce na bardziej tradycyjne metody nauczania.

Należałoby jednak zauważyć, że ów potencjał stosowania ICT w edukacji jest silnie związany ze stosunkiem samych nauczycieli do narzędzi cyfrowych i ich stosowania w szkole<sup>35</sup>. Fraillon, Ainley, Schulz, Duckworth i Friedman<sup>36</sup> zapytali nauczycieli ósmych klas z dwunastu krajów świata o ich stosunek do narzędzi cyfrowych – z badań dowiadujemy się, że 87% nauczycieli uważa, że ICT pomaga uczniom w pracy na poziomie odpowiadającym ich potrzebom edukacyjnym, a 78% badanych nauczycieli twierdzi, że stosowane przez nich technologie umożliwiają uczniom skuteczniejszą współpracę. Należy również podkreślić fakt, że aż 91% nauczycieli zgadza się ze stwierdzeniem, iż ICT zwiększają uczniowskie zainteresowanie nauką, choć równocześnie 37% stwierdziło, że stosowanie technologii informacyjno-komunikacyjnych rozprasza uczniów w nauce. Wnioskować więc można, że z jednej strony nauczyciele zauważają potencjał związany ze stosowaniem ICT na lekcjach, a z drugiej strony potwierdzają, że nieodpowiednio przygotowane zajęcia, w trakcie których wykorzystujemy ICT, mogą doprowadzić do zmian niepożądanych, jak obniżenie poziomu koncentracji uczniów, większe skupienie się na samym urządzeniu niż na przerabianym materiale.

### **Jakimi narzędziami ICT i w jaki sposób wspierać nauczanie matematyki?**

Drijvers<sup>37</sup> w rozważaniach na temat holenderskiej dydaktyki matematyki i stosowania w niej narzędzi cyfrowych wnioskuje, aby uczniowie opracowywali nowe techniki korzystania z narzędzi cyfrowych. Twierdzi, że używanie w matematyce – poza papierem i piórem – cyfrowych narzędzi może prowadzić nie tylko do nowych możliwości, ale i ograniczeń. Zadanie nauczyciela polega na umiejętności dostosowania narzędzi (wykorzystać potencjalne możliwości) cyfrowych do jego dydaktycznych intencji – wówczas stosowane medium może przynieść korzyści edukacyjne. Rozumieć przez to należy, że nie liczy się przecież samo narzędzie cyfrowe, ale sposób, w jaki zostaje ono

<sup>35</sup> D. Hillmayr i in., *The potential of digital tools to enhance mathematics and science learning in secondary schools: A context-specific meta-analysis*, *Computers & Education*, 2020, 153, s. 103-897.

<sup>36</sup> J. Fraillon i in., *IEA international computer and information literacy study*, s. 74.

<sup>37</sup> P. Drijvers, *Digital tools in Dutch mathematics education*, s. 177-195.

wykorzystane i stanie się przez to częścią podejścia dydaktycznego. W prezentowanym ujęciu wyzwaniem jest stworzenie narzędzi cyfrowych, które są na tyle elastyczne i możliwe do konfigurowania, by mogły oferować uczniom przestrzeń do eksploracji, a nauczycielowi umożliwiły łatwe dostosowanie do konkretnych celów dydaktycznych. Zauważają to także badacze w Polsce, postulując, aby lekcje poświęcone edukacji matematycznej wychodziły poza szablonowe schematy, a uczniowie mieli sposobność wykorzystania całego swego potencjału przy rozwiązywaniu zadań<sup>38</sup>.

Z kolei Es-Sajjade i Paas<sup>39</sup> twierdzą, iż pomimo faktu, że komputerowe gry edukacyjne są wykorzystywane od dłuższego czasu, to jednak ich prawdziwy potencjał w zakresie polepszenia efektów edukacyjnych i motywacji uczących się z ich wykorzystaniem, są nadal badane i niejednoznaczne. Uważają, że możliwe jest wykorzystanie tego potencjału, jednak aby tak się stało, muszą zostać ulepszone teoretyczne podstawy gier edukacyjnych. W celu przekonania się o tym stworzyli prostą, interaktywną komputerową grę matematyczną (Matherial), w której gracze musieli rozwiązywać (w sposób kreatywny) stawiane im problemy matematyczne. Wyniki ich badań potwierdziły, że uczniowie grający w grę uzyskiwali wyższe osiągnięcia z matematyki niż ich rówieśnicy, którzy tego nie robili. Przybyła i inni sugerują, że w celu uzyskania lepszych wyników w dziedzinie edukacji matematycznej nie trzeba wykorzystywać do tego drogich, komercyjnych gier – proste gry komputerowe, zawierające w sobie problemy matematyczne, także mogą skutkować pozytywnymi efektami w zakresie osiągnięć matematycznych<sup>40</sup>.

## Podsumowanie

Dokonany przegląd literatury ma niewątpliwie pewne ograniczenia w zakresie chociażby analizowanych publikacji, jednak można wyprowadzić z nich pewne wnioski praktyczne, szczególnie w dziedzinie stosowania technologii informacyjno-komunikacyjnych w edukacji matematycznej dzieci. Zauważa się, że technologiczne wspomaganie uczenia się jest nadal

---

<sup>38</sup> E. Juskowiak, *O tym, jak przyszli nauczyciele matematyki (nie)korzystają z nowych technologii w procesie rozwiązywania zadań*, [w:] *Liczby w cyfrowym świecie*, s. 75-90; K. Kolczyńska-Przybycień, H. Przybycień, *Zastosowania prostych narzędzi informatycznych do wspomaganie rozwiązywania problemów, również całkiem niebanalnych w procesie kształcenia matematycznego*, [w:] *Tamże*, s. 125-136; T. Przybyła i in., *Zastosowania neurofeedbacku w edukacji matematycznej: eksperyment Speed-Math z udziałem uczniów wyższych klas szkoły podstawowej*, [w:] *Tamże*, s. 101-123.

<sup>39</sup> A. Es-Sajjade, F. Paas, *Educational theories and computer game design: lessons from an experiment in elementary mathematics education*, *Educational Technology Research and Development*, 2020, 68(5), s. 2685-2703.

<sup>40</sup> T. Przybyła i in., *Zastosowania neurofeedbacku w edukacji matematycznej*, s. 101-123.



silnie testowane i weryfikowane także w kontekście edukacji matematycznej, jednak wśród przeanalizowanych publikacji brakuje niewątpliwie tych bogatych w praktyczne dyrektywy i konkretne wskazania do stosowania określonych narzędzi. Wiele z przeanalizowanych badań wskazuje na potencjał stosowania ICT w edukacji matematycznej i ich możliwe pożądane efekty. Na podstawie tychże publikacji zaobserwowano, że ich autorzy mają często świadomość ograniczeń zrealizowanych przez nich badań – wśród istotnych elementów oddziałujących na otrzymane wyniki wymieniają zaangażowanie nauczycieli (lub jego brak) w stosowanie ICT na lekcjach, co wynika z obaw względem ICT w ogóle, a w edukacji w szczególności.

Być może, pomocne w tej sytuacji byłyby zmiany w przygotowaniu nauczycieli do realizacji zajęć, podczas których poznawano by i stosowano technologiczne wspomaganie uczenia się (w tym matematyki). Zapewne istotnym elementem jest także próba niwelowania lęku przed matematyką i stosowaniem technologii w toku realizowanych zajęć, jednak wymagałoby to zmian w systemie kształcenia nauczycieli w Polsce, zwiększenia dostępności ICT w placówkach oświatowych, a także realizowania i upowszechniania badań na temat efektów stosowania ICT w edukacji matematycznej dzieci.

## BIBLIOGRAFIA

- Borba M.C., Askar P., Engelbrecht J., Gadanidis G., Llinares S., Aguilar M.S., *Digital technology in mathematics education: Research over the last decade*, [w:] *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education*, Springer, Cham 2017.
- Bugajska-Jaszczołt B., Czajkowska M., *Nabywanie i doskonalenie matematycznych umiejętności złożonych w klasach I-III*, [w:] *Matematyczna edukacja wczesnoszkolna. Teoria i praktyka*, red. Z. Semadeni, E. Gruszczyk-Kolczyńska, G. Treliński, B. Bugajska-Jaszczołt, M. Czajkowska, Wydawnictwo Pedagogiczne ZNP, Kielce 2015.
- Bugajska-Jaszczołt B., Czajkowska M., *Wielowymiarowość kompetencji arytmetycznych – między teorią a praktyką*, [w:] *Liczby w cyfrowym świecie. Rozmowy o współczesnej edukacji matematycznej dziecka*, red. T. Przybyła, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2021.
- Chauhan S., *A meta-analysis of the impact of technology on learning effectiveness of elementary students*, *Computers & Education*, 2017, 105.
- Cheung A.C., Slavin R.E. *The effectiveness of educational technology applications for enhancing mathematics achievement in K-12 classrooms: A meta-analysis*, *Educational Research Review*, 2013, 9; <http://dx.doi.org/10.1016/j.edurev.2013.01.001>.
- Christodoulou J., Lac A., Moore D.S., *Babies and math: A meta-analysis of infants' simple arithmetic competence*, *Developmental Psychology*, 2017, 53.
- Clemens D.H., Sarama J., *Young children and technology: what does the research say*, *Young Children*, 2003, 58(6).
- Clements D.H., Sarama J., *Myths of early math*, *Education Sciences*, 2018, 8(2).
- Copley V., Padrón Y., *Preparing teachers of young learners: Professional development of early childhood teachers in mathematics and science*, [w:] *Dialogue on Early Childhood Science, Mathematics, and Technology Education*, red. G.D. Nelson, American Association for the Advancement of Science, 1998.

- Crompton H., Traxler J. (Eds.), *Mobile learning and mathematics: foundations, design, and case studies*, Routledge, New York 2015.
- Czajkowska M., *Przyczyny niepowodzeń w nauce matematyki. Jak szkoła może wspierać rozwój dziecka w zakresie rozwijania zdolności myślenia i nabywania kompetencji matematycznych*, [w:] *Szkoła w sytuacji trudnej. Zdążyć z pomocą*, red. B. Szurowska, Wydawnictwo Difin, Warszawa 2020.
- Dąbrowski M., *(Za)trudne, bo trzeba myśleć? O efektach nauczania matematyki na I etapie kształcenia*, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2013.
- Demir S., Basol G., *Effectiveness of Computer-Assisted Mathematics Education (CAME) over Academic Achievement: A Meta-Analysis Study*, *Educational Sciences: Theory and Practice*, 2014, 14(5).
- Drigas A., Kokkalia G., Lytras M.D., *ICT and collaborative co-learning in preschool children who face memory difficulties*, *Computers in Human Behavior* 2015, 51; <http://dx.doi.org/10.1016/j.chb.2015.01.019>.
- Drijvers P., *Digital tools in Dutch mathematics education: a dialectic relationship*. In *National Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics*, Springer, Cham 2020.
- Duncan G.J., Dowsett C.J., Claessens A., Magnuson K., Huston A.C., Klebanov P., ... Sexton H., *School readiness and later achievement*, *Developmental Psychology*, 2007, 43(6); <http://dx.doi.org/10.1037/0012-1649.43.6.1428>.
- Ebsco, <http://web.a.ebscohost.com/ehost/search/basic?vid=13&sid=a01dbeeb-b1d0-41fb-bd26-9056a6cc441e%40sessionmgr4006>, [dostęp: 10.06.2021].
- Es-Sajjade A., Paas, F., *Educational theories and computer game design: lessons from an experiment in elementary mathematics education*, *Educational Technology Research and Development*, 2020, 68(5).
- Fraillon J., Ainley J., Schulz W., Duckworth D., Friedman T., *IEA international computer and information literacy study 2018 assessment framework*, Springer Nature, 2019.
- Griffith S.F., Hagan M.B., Heymann P., Heflin B.H., Bagner D.M., *Apps as learning tools: a systematic review*, *Pediatrics* 2020, 145(1); <http://dx.doi.org/10.1542/peds.2019-1579>.
- Gruszczyk-Kolczyńska E., *Na czym polega intensywne wspomaganie rozwoju umysłowego oraz edukacja matematyczna dzieci*, [w:] *Wspomaganie rozwoju umysłowego oraz edukacja matematyczna dzieci w ostatnim roku wychowania przedszkolnego i w pierwszym roku szkolnej edukacji*, red. E. Gruszczyk-Kolczyńska, Wydawnictwo Edukacja Polska, Warszawa 2009.
- Hardman J., *Pedagogical variation with computers in mathematics classrooms: a Cultural Historical Activity Theory analysis*, *PINS*, 2015, 48.
- Hardman J., *Towards a pedagogical model of teaching with ICTs for mathematics attainment in primary school: A review of studies 2008–2018*, *Heliyon*, 2019, 5(5).
- Hillmayr D., Ziernwald L., Reinhold F., Hofer S.I., Reiss K.M., *The potential of digital tools to enhance mathematics and science learning in secondary schools: A context-specific meta-analysis*, *Computers & Education*, 2020, 103(897).
- Houde O., Tzourio-Mazoyer N., *Neural Foundations of Logical and Mathematical Cognition*, *Nature Reviews Neuroscience*, 2003, 4.
- Johnson E.S., Clohessy A.B., Chakravarthy P., *A Self-Regulated Learner Framework for Students with Learning Disabilities and Math Anxiety*, *Intervention in School and Clinic*, 2021, 56, 3.
- Juskowiak E., *O tym, jak przyszli nauczyciele matematyki (nie)korzystają z nowych technologii w procesie rozwiązywania zadań*, [w:] *Liczby w cyfrowym świecie. Rozmowy o współczesnej edukacji matematycznej dziecka*, red. T. Przybyła, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2021.

- Kalinowska A., *Pozwólmy dzieciom działać – mity i fakty o rozwoju myślenia matematycznego*, Centralna Komisja Egzaminacyjna, Warszawa 2010.
- Kalinowska A., *Zjawisko ukrytej przemocy wobec najmłodszych uczniów na zajęciach matematycznych*, *Problemy Wczesnej Edukacji*, 2019, 15(4).
- Klibanoff R.S., Levine S.C., Huttenlocher J., Vasilyeva M., Hedges L.V. *Preschool children's mathematical knowledge: The effect of teacher "math talk"*, *Developmental Psychology*, 2006, 42(1); <http://dx.doi.org/10.1037/0012-1649.42.1.59>.
- Klichowski M., *Learning in CyberParks. A theoretical and empirical study*, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2017.
- Klichowski M., Przybyła T., *Does cyberspace increase young children's numerical performance? A brief overview from the perspective of cognitive neuroscience*, [w:] *Świat małego dziecka. Przestrzeń instytucji, cyberprzestrzeń i inne przestrzenie dzieciństwa*, red. H. Krauze-Sikorska, M. Klichowski, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2017.
- Kolczyńska-Przybycień K., Przybycień H., *Zastosowania prostych narzędzi informatycznych do wspomagania rozwiązywania problemów, również całkiem niebanalnych w procesie kształcenia matematycznego*, [w:] *Liczby w cyfrowym świecie. Rozmowy o współczesnej edukacji matematycznej dziecka*, red. T. Przybyła, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2021.
- Kowska K., Klichowski M., „*Interferencje języka*”: przegląd doniesień dotyczących pochodzenia i dynamiki związków języka z prakcją i liczbami, [w:] *Dziecko w przestrzeniach języka. Wybrane konteksty teoretyczne – wybrane perspektywy praktyczne*, red. K. Kuszak, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2018.
- Kurvinen E., Kaila E., Laakso M.J., Salakoski T., *Long Term Effects on Technology Enhanced Learning: The Use of Weekly Digital Lessons in Mathematics, Informatics in Education*, 2020, 19(1).
- Lameris P., Moumoutzis N., *Towards the gamification of inquiry-based flipped teaching of mathematics a conceptual analysis and framework*, [w:] *2015 International Conference on Interactive Mobile Communication Technologies and Learning (IMCL)*, IEEE, 2015.
- Larkin K., Calder N., *Mathematics education and mobile technologies*, *Mathematics Education Research Journal*, 2016, 28(1).
- Li Q., Ma X., *A meta-analysis of the effects of computer technology on school students' mathematics learning*, *Educational Psychology Review*, 2010, 22(3); <http://dx.doi.org/10.1007/s10648-010-9125-8>.
- MacDonald A., Murphy S., *Mathematics education for children under four years of age: A systematic review of the literature*, *Early Years*, 2019, 1-18; <http://dx.doi.org/10.1080/09575146.2019.1624507>.
- Melosik Z., *Piękno i estetyka w matematyce*, *Studia Edukacyjne*, 2021, 60.
- Mulenga E.M., Marbán J.M., *Is COVID-19 the Gateway for Digital Learning in Mathematics Education?*, *Contemporary Educational Technology*, 2020, 12(2); <https://doi.org/10.30935/cedtech/7949>
- Oates G., *Sustaining integrated technology in undergraduate mathematics*, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 2011, 42(6); <http://dx.doi.org/10.1080/0020739x.2011.575238>.
- Oszwa U., *Rola emocji w edukacji matematycznej: lęk przed matematyką a osiągnięcia uczniów*, [w:] *Liczby w cyfrowym świecie. Rozmowy o współczesnej edukacji matematycznej dziecka*, red. T. Przybyła, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2021.
- Piasta S.B., Pelatti C.Y., Miller H.L., *Mathematics and science learning opportunities in preschool classrooms*, *Early Education and Development*, 2014, 25(4); <http://dx.doi.org/10.1080/10409289.2013.817753>.

- Przybyła T., Basińska A., Klichowski M., *Smartphones and children's mathematics*, [w:] *Children in the postmodern world. Culture – media – social inequality*, red. H. Krauze-Sikorska, M. Klichowski, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2014.
- Przybyła, T., Klichowski M., „Cyfrowe liczby”: *Przykłady narzędzi ICT służących kształtowaniu kompetencji matematycznych ucznia poprzez stymulację praktyki*, [w:] *Psychoedukacyjne problemy młodzieży, czyli jak być świadomym wychowawcą*, Kuratorium Oświaty w Poznaniu, Poznań 2018.
- Przybyła T., Bronikowski M., Bzdęga B., Cichy I., Hofman J., Hrybiuk O., Kaiser I., Kolczyńska-Przybycień K., Rokita A., Klichowski M., *Dziecięca matematyka*, [w:] *Pedagogika dziecka*, red. H. Krauze-Sikorska, M. Klichowski, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2020.
- Przybyła T., Duszczyk M., Kruszwicka A., Rochatka W., Klichowski M., *Zastosowania neurofeedbacku w edukacji matematycznej: eksperyment SpeedMath z udziałem uczniów wyższych klas szkoły podstawowej*, [w:] *Liczy w cyfrowym świecie. Rozmowy o współczesnej edukacji matematycznej dziecka*, red. T. Przybyła, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2021.
- Szczygieł M., *The relationship between math anxiety and math achievement in young children is mediated through working memory, not by number sense, and it is not direct*, *Contemporary Educational Psychology*, 2021, 65.
- Tomasetto C., Morsanyi K., Guardabassi V., O'Connor P.A., *Math anxiety interferes with learning novel mathematics contents in early elementary school*, *Journal of Educational Psychology*, 2021, 113, 2.
- Vanbecelaere S., Van den Berghe K., Cornillie F., Sasanguie D., Reynvoet B., Depaepe F., *The effects of two digital educational games on cognitive and non-cognitive math and reading outcomes*, *Computers & Education*, 2020, 143.
- Verbruggen S., Depaepe F., Torbeyns J., *Effectiveness of educational technology in early mathematics education: A systematic literature review*, *International Journal of Child-Computer Interaction*, 2020, 100(220).
- Walerzak-Więckowska A., Lipowska M., Jurek P., *Dyskalkulia rozwojowa – deficyt wiadomości matematycznych czy umiejętności arytmetycznych – od rozważań terminologicznych do praktyki diagnostycznej*, *Polskie Forum Psychologiczne*, 2018, 23.
- Young J., *Technology-enhanced mathematics instruction: A second-order meta-analysis of 30 years of research*, *Educational Research Review* 2017, 22; <http://dx.doi.org/10.1016/j.edurev> [dostęp: 2017.07.01].
- Żytko M., *Aktywność matematyczna dzieci – odkrywanie czy odtwarzanie?*, [w:] *Liczy w cyfrowym świecie. Rozmowy o współczesnej edukacji matematycznej dziecka*, red. T. Przybyła, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2021.