

PATRYCJA BRUDZIŃSKA

ORCID 0000-0002-7095-0082

Uniwersytet Gdański

AKTYWNOŚĆ MATEMATYCZNA W PROCESIE DZIECIĘCEGO KONSTRUOWANIA - ZGODNIE Z KONCEPCJĄ SEYMOURA PAPERTA

ABSTRACT. Brudzińska Patrycja, *Aktywność matematyczna w procesie dziecięcego konstruowania – zgodnie z koncepcją Seymoura Paperta* [Mathematical Activity in the Process of Children's Construction Process According to Seymour Papert's Concept] Studia Edukacyjne no. 76, 2025, Poznań 2025, pp. 209-224. Adam Mickiewicz University Press. ISSN 1233-6688. Submitted: 15.05.2025. Accepted: 30.06.2025. DOI: 10.14746/se.2025.76.14

The article presents the results of qualitative research aimed at identifying the mathematical activities undertaken by students during their engagement in the construction process. Two main research questions were highlighted: What attitude do first-grade students adopt towards mathematical problem-solving tasks during their involvement in productive activities? How does the process of investigation and experimentation unfold during construction? The qualitative analysis employed thematic coding and categorization. In the first part of the text, I discuss issues related to the concept of constructionism. In the second part, I present the research conclusions. Productive activity can stimulate heuristic thinking of an operational nature. During construction, children explore mathematical problems, attempt to solve them, and create their own action strategies.

Key words: mathematical activities, constructionism, early school education, early mathematical education

Specyficzna struktura abstrakcyjnych treści i brak pracy umożliwiającej samodzielne konstruowanie znaczeń matematycznych (w tym dobrze zaplanowanej pracy z materiałem konkretnym) mogą sprawić, że uczące się matematyki dziecko ponosi porażki. Aby poradzić sobie z trudnościami, uczeń stosuje techniki kamuflażu, uczy się zapamiętywać algorytmy działań, powtarzać czynności nauczyciela i recytować definicje. Błędy dydaktyczne mogą doprowadzić do „bezmyślności matematycznej” uczniów, czyli „niezdolności do wyjścia poza mechaniczne techniki obliczeniowe” (Klus-Stańska, Kalinowska, 2004, s. 19). Według D. Wooda, nauczanie ma-

tematyki utrudniają ubogie programy i podręczniki, ograniczone wykorzystanie środków dydaktycznych (liczmanów), nacisk na szybkie udzielanie odpowiedzi zamiast analizowania problemów z różnych perspektyw i poszukiwania alternatywnych dróg rozwiązań, a także konieczność rozwiązywania wielu zadań tego samego typu (Wood, 2006, za: Bonar, 2013). Coraz częściej, w kontekście wczesnej edukacji matematycznej, podkreślana jest potrzeba rozwijania myślenia twórczego, rozumowania intuicyjnego oraz indukcyjnego, a także stosowanie reguł heurystycznych (Bonar, 2013, s. 84). Aby uczniowie mogli myśleć matematycznie, potrzebują między innymi odpowiednio zaprojektowanych zadań problemowych. W niniejszym artykule przedstawiam wyniki badań jakościowych dotyczących podejmowania przez dzieci aktywności matematycznych w trakcie zaangażowania w działania o charakterze wytwórczym.

Założenia teoretyczne

Zadania matematyczne opracowane na potrzeby prezentowanego badania wywodzą się z teorii konstrukcjonizmu. Jest to koncepcja uczenia się oparta na zaangażowaniu w aktywność wytwórczą, opracowana przez Seymoura Paperta. Jednym z najważniejszych założeń koncepcji (poza uczeniem się poprzez popełnianie i naprawianie błędów czy wykorzystywanie technologii i cyfryzacji), jest projektowanie zadań opartych na *hard fun*, czyli zabawie trudnej koncepcyjnie, wymagającej wysiłku mentalnego i bardzo angażującej (Brudzińska, 2023a; Brudzińska, 2023b). Uczniowie, pracując w małych zespołach lub samodzielnie, dążą do generowania, a następnie realizowania swoich pomysłów. Uczą się korzystać z pomocy ekspertów, zadaniem których jest wspieranie, inspirowanie, ale nie rozwiązywanie zadań za dzieci. Mimo że Papert stworzył język programowania (LOGO), współpracował przy tworzeniu robotów (LEGO Mindstorm) i poświęcił lata pracy akademickiej w celu umożliwienia uczniom wykorzystywania technologii komputerowej w codziennej nauce (Papert, 1996), podkreślał, że do konstruowania można wykorzystać dostępne, często bardzo proste materiały, takie jak klocki, drewno, papier. Współcześnie, w szkołach z programem nauczania opartym na konstrukcjonizmie, powstają Fabrication Laboratory, miejsca wyposażone w drukarki 3D, laserowe wycinarki, sale komputerowe, warsztaty obróbki drewna (Brudzińska, 2023a). Propagatorzy konstrukcjonizmu, zwłaszcza w zagranicznej edukacji elementarnej (Bers, 2008; Kafai, 1995), projektują zabawy, w których „obiektem do myślenia”, czyli konstruowanym przez dziecko wytworem, dzięki któremu zaczyna stawiać pytania, dostrzegać zależności, weryfikować hipotezy (Martinez, Stager, 2016, s. 32) są konstrukcje

z klocków. W tym artykule przedstawiam opis dwóch zabaw konstrukcyjnych, w których wykorzystano klocki LEGO Duplo oraz klocki „Koła zębate i łańcuchy” GearPhun Morphon.

Istotnym założeniem konstrukcjonizmu, który wywodzi się z konstruktywizmu, jest angażowanie dzieci w rozwiązywanie zadań problemowych. Aktywność koncepcyjna dziecka jest kluczowa. Konstruowanie, czyli planowanie/projektowanie, wytwarzanie i ocenianie wytworów jest na każdym z tych etapów związane z rozwiązywaniem problemów.

Artykuł skupia się na aktywnościach matematycznych, czyli

aktywnościach skierowanych na kształtowanie pojęć i rozumowań typu matematycznego, stymulowanych przez problemy abstrakcyjne lub problemy teoretyczne dotyczące sytuacji konkretnych (Filip, Rams, 2000, s. 34).

Aktywności matematyczne mogą dotyczyć zarówno czynności konkretnych, jak i czynności myślowych (Treliński, 2005, s. 49 za: Bliwicz-Kuźnia, 2018, s. 141). Zofia Krygowska zaznacza, iż można wyróżnić trzy poziomy celów edukacji matematycznej. Pierwszy z nich dotyczy podstawowych pojęć i umiejętności, jakie mają przyswoić dzieci (ich treść jest określana przez program szkolny). Drugi poziom dotyczy „postaw i zachowań specyficznych dla aktywności ma-tematycznej”. Do aktywności tych zalicza:

aktywną postawę wobec problemów matematycznych, dyspozycję do dostrzegania i formułowania takich problemów w sytuacji bliskiej uczniowi, ale otwartej, umiejętność posługiwania się prostymi strategiami w toku ich rozwiązywania, pewien poziom wyobraźni przestrzennej zorganizowanej geometrycznie, pewne rozumienie sensu dowodu i aktywna postawa wobec poszukiwania dowodu, postawa aktywna zarówno w toku poszukiwania definicji jako opisu pojęcia (Krygowska, 1986, ss. 25-26).

Trzeci poziom celów matematycznej edukacji dotyczy dostosowania postaw i specyficznych zachowań (intelektualizacji postaw i zachowań) poza edukacją matematyczną – w innych dziedzinach ludzkiej aktywności (Krygowska, 1986, s. 26).

Rozwiązywanie problemów (zarówno o charakterze praktycznym, jak i teoretycznym) wymaga podjęcia przez dziecko aktywności badawczej (Okoń, 1984, s. 242). Aktywna postawa wobec problemu, to postawa badawcza, która charakteryzuje osobę dążącą do zrozumienia i wyjaśnienia obserwowanej rzeczywistości. Według Moroza, taka postawa polega na „rozbudzeniu naturalnej ciekawości dzieci i ich chęci rozumienia otaczającej rzeczywistości” (Moroz, 1982, s. 13). Aby postawę badawczą mogły przyjmować młodsze dzieci, należy zaczynać od zorganizowania odpowiednich, bliskich im, sytuacji problemowych, które równocześnie będą dotyczyły sytuacji praktycznych i wymagały użycia konkretnych materiałów (Adamek, 1998, s. 15).

Założenia metodologiczne

Prezentowane w niniejszym artykule badania dotyczą podejmowania aktywności matematycznych przez uczniów klasy pierwszej. Zastosowano podejście jakościowe z elementami badań w działaniu, co umożliwiło jednocześnie prowadzenie obserwacji i modyfikację praktyk dydaktycznych w odpowiedzi na zachowania uczniów. Celem projektowanych badań jest zidentyfikowanie aktywności matematycznych podejmowanych przez dzieci.

Sformułowano 2 główne pytania badawcze oraz 2 pytania szczegółowe:

1. Jaką postawę przyjmują uczniowie klasy pierwszej wobec problemowych zadań matematycznych w trakcie zaangażowania w aktywność wytwórczą?

1.1 Jakie wyzwania i trudności mają uczniowie w czasie konstruowania?

2. Jak przebiega proces badania i eksperymentowania w trakcie konstruowania?

2.1 Jakie działania podejmują uczniowie, aby rozwiązać problem matematyczny?

Dane zgromadzono dzięki obserwacji uczestniczącej, uzupełnionej o rozmowy z dziećmi, podejmowane podczas działań oraz prowadzenie częściowo ustrukturyzowanych rozmów po zakończeniu każdego warsztatu.

Arkusze obserwacji skonstruowano na podstawie dwóch głównych obszarów.

1. Postawa badawcza – działania świadczące o podejmowaniu lub zaniechaniu aktywności w sytuacjach problemowych – obejmowała takie elementy, jak: reakcje werbalne i niewerbalne w sytuacjach problemowych, współpraca i komunikacja z rówieśnikami, próby uzasadniania swoich decyzji, wykazywanie wytrwałości i samodzielności.

2. Formułowanie i weryfikowanie hipotez – analizowano tu: próby wyjaśniania swoich działań, przewidywania rezultatów, porównywanie różnych strategii, wprowadzanie zmian w działaniu na podstawie obserwacji.

W badaniu zastosowano celowy, nielosowy dobór próby. Grupę badawczą stanowiło dwudziestu czterech uczniów klasy pierwszej z wielkomiejskiej, publicznej szkoły podstawowej. Badani uczestniczyli w serii zaplanowanych warsztatów. Spotkania realizowano w klasie szkolnej, odbywały się cyklicznie (2 razy w miesiącu) – od grudnia 2023 do czerwca 2024 roku. Łącznie przeprowadzono ponad 25 godzin warsztatów (w artykule zaprezentowano dane pochodzące z dwóch z jedenastu przeprowadzonych zadań). Uczniowie zostali poinformowani o celu i charakterze prowadzonych działań. Ich udział był dobrowolny, a dzieci wyrażające zgodę na uczestnictwo zostały poinformowane, iż w każdym momencie mogą zrezygnować z podejmowania aktywności, bez żadnych konsekwencji. Udział w badaniu zadeklarowali wszyscy uczniowie.

wie z klasy, jednak w trakcie zajęć niektórzy rezygnowali z wykonywania konkretnych zadań – zazwyczaj z powodu złego samopoczucia lub zmęczenia – i ponownie dołączali podczas kolejnych warsztatów. W trakcie spotkań realizowano jedno lub dwa zadania konstrukcyjne o charakterze otwartym i problemowym, zaprojektowane tak, aby ich struktura umożliwiała dzieciom eksplorowanie różnych strategii rozwiązania oraz współpracę w parach lub małych zespołach. Uczniowie pracowali indywidualnie lub zespołowo (w grupach liczących maksymalnie pięć osób), samodzielnie dobierając się w zespoły, co sprzyjało autentycznym interakcjom i wspierało współpracę. Taki układ umożliwił obserwację naturalnych form komunikacji, negocjowania strategii i podejmowania wspólnych decyzji podczas rozwiązywania problemów matematycznych. Uczniowie klasy pierwszej prezentowali zróżnicowany poziom umiejętności matematycznych. W ramach zajęć szkolnych z tego przedmiotu realizowali podstawowe zadania, takie jak przekraczanie progu dziesiętkowego, wykonywanie obliczeń w zakresie 20, rozwiązywanie pierwszych prostych zadań tekstowych. W klasie wykorzystywano materiał konkretny, głównie patyczki do liczenia oraz liczydła. Dzieci pracowały przede wszystkim z zeszytami ćwiczeń i podręcznikiem.

Konstrukcyjne zabawy matematyczne – analiza danych

Próbując dokonać analizy postaw dziecięcych wobec problemów matematycznych, zaczęłam od krótkiego opisu samych zabaw tak, aby nakreślić zawarte w nich problemy.

Zabawa 1 – budowanie wież

Zabawa ta polega na szacowaniu, przeliczaniu i dzieleniu elementów. Uczniowie otrzymali wieżę składającą się z 72 klocków Lego Duplo (wszystkie klocki były tej samej wielkości). Pierwszym zadaniem było oszacowanie liczby klocków. Następnie, dzieci miały utworzyć 6 wież równej wysokości.

Zabawa 2 – koła zębate

W trakcie tej zabawy uczniowie wykorzystali klocki „Koła zębate i łańcuchy” GearPhun Morphun. Zespoły projektowały konstrukcję według własnego planu, ale istotą zadania było utworzenie ciągu wprawiających się w ruch kół zębatych. Uczniowie mieli do dyspozycji klocki różnych kształtów (kwadratowe, trójkątne, prostokątne, zestawy kół zębatych oraz łańcuchy).

W analizie zastosowano kodowanie tematyczne i kategoryzowanie. Wyodróżniono 4 kategorie opisujące wybrane kwestie dotyczące dziecięcego konstruowania – dane pochodzą z obserwacji wszystkich 6 zespołów rozwiązujących zadania. Dotyczą postaw, stawiania hipotez, współpracy, rezygnowania z aktywności oraz trudności napotykanych przez uczniów.

1. „Ej, teraz się nam uda!” – dzięki tej kategorii możliwe będzie ukazanie prób rozwiązywania problemów.

2. „Ładne będzie tylko niebieskie” – kategoria druga dotyczy znaczeń nadawanych konstrukcjom.

3. „Pani nam nie powie” – do stworzenia tej kategorii wybrano dane, które opisują dziecięcą pracę bez instrukcji.

4. „Ale on nic nie robi, nic, zero” – do tej kategorii zostały przypisane dane dotyczące dziecięcej współpracy.

1. „Ej, teraz się nam uda!”

W zabawie „Budowanie wież” uczniowie mieli oszacować liczbę klocków. W początkowej, chaotycznej fazie wzajemnie się przekrzykiwali, podając bardzo odległe wyniki, nie argumentowali swojego stanowiska. Następnie poproszono ich, aby uważnie przyjrżeli się wieży. Uczniowie dostrzegli, że jest ona wykonana z klocków o wielu kolorach, a kolory te powtarzają się i nawet bez przeliczania każdego elementu mogą powiedzieć, że jest ich powyżej 50. Jeden uczeń opisywał to tak:

(U1/ch) Czerwonych klocków jest 6, widzę to... i jest ich mniej niż niebieskich, zielonych, żółtych i brązowych, to musi być więcej niż 30 czy 40. Tu może być nawet więcej niż 50.

Zaproponowano dzieciom, aby ustaliły dokładną liczbę, poprzez jednorazowe odliczenie dziesięciu klocków. Na początku wskazały dziesięć pierwszych klocków i zapytały, czy mogą liczyć dalej. Kiedy otrzymały odpowiedź przeczącą, odłączyły przeliczone klocki i zaczęły się im przyglądać.

(U1/dz) Nie możemy liczyć dalej, to jak powiedzieć ile jest?

(U2/ch) Klocki są równe, to może to jakoś... zobaczyć możemy. Nie wiem, trudne.

(U3/dz) Przykładajmy to (wskazuje wieżę z 10 klocków) i oddzielajmy wtedy! No bo one są równe.

Uczniowie zaczęli odmierzać następne dziesięcioelementowe wieże. W ten sposób powstało 7 wież po 10 klocków i jedna dwuelementowa. Uczniowie obserwując oddzielanie kolejnych wież, równocześnie w ciszy je liczyli. Troje dzieci w tym samym momencie wykrzyknęło jest 72! Kiedy ustalono dokładną liczbę klocków, zapytano, co zrobić, aby uzyskać sześć wież równej wysokości.

(U2/dz) To zbudujemy od początku wieże, jak rozłączymy te klocki, to trzeba tylko rozkładać na 6 kupek i zobaczymy czy wystarczy, żeby było równo.

(U3/dz) Nie, to niepotrzebnie, za długo... Trzeba 6 wież zostawić, a tamte klocki (12) zabrać.

(U4/ch) Tak, dodawajmy po 1 klocku do tych wież. Będzie równo.

(U5/ch) Nie trzeba po 1. Można 2.

(U4/ch) Dlaczego po 2?

(U5/ch) Bo zobacz, masz tu 12 klocków.

(U2/dz) Nie ma 12! Tylko 10.

(U5/ch) 12, bo jest cała wieża i jeszcze te 2 przecież. No i to widać, że jak mamy 6 wież, to te 12 klocków mamy na 6 kupek dać, to po 2.

(U4/ch) Ale dlaczego po 2?

(U5/ch) No to widać... no bo 6 plus 6 to 12. Zobacz... (rozkłada po 2 klocki). Część dzieci nie zaakceptowała tego pomysłu. Zaproponowano, aby zabrały 12 klocków i rozdzieliły je jeszcze raz. Dwoje uczniów rozdzielało po 1 klocku do każdej wieży. Po rozdzieleniu 6 pierwszych klocków dzieci zrozumiały, dlaczego ich kolega proponował od początku rozkładanie po 2.

(U4/ch) Czyli jak jest 6 wież po 12 to jest 72? Ja nie wiedziałem, że tak prosto to policzyć można. My nie liczymy jeszcze takich dużych.

(Ja) Czy to było trudne?

(U4/ch) Nie wiedziałem jak powiedzieć ile jest, bo nie mogliśmy liczyć, ale potem łatwo było. Tylko trzeba zagadkę rozwiązać.

(U5/ch) Proszę pani, a to 6 wież z 12 klocków, to jest mnożenie, że 6 razy 12?

(Ja) Tak, ale też podzieliście.

(U5/ch) Kiedy?

(Ja) Co zrobiliście, gdy okazało się, że są 72 klocki.

(U5/ch) Zbudowaliśmy 6 wież.

(Ja) Ile klocków jest w każdej wieży?

(U5/ch) 12. Aaa, że 72 jak się zbuduje 6 wież, to po równo 12 klocków mają. To jest dzielenie, tak?

(Ja) Właśnie tak.

(U5/ch) Super! Powiem tacie.

Uczeń był wyraźnie zadowolony ze swojego odkrycia, zabrał klocki i wymyślał kolejne zadania z budowaniem wież dla swoich kolegów.

W zabawie „Koła zębate” zadaniem uczniów było zaprojektowanie sekwencji wprawiających się w ruch kół. Na początku dzieci proponowały ustawienie dwóch kół zębatach i otoczenie ich łańcuchem. Swoją myśl opisywały następująco:

(U1/dz) Bo jak tak stoją te koła (bez łańcucha), to niech pani patrzy, co tu się dzieje. Widzi pani? Działo.

W kolejnym kroku, dzieci oblekły koła zębate łańcuchem i spostrzegły, że konstrukcja jest unieruchomiona.

(U2/ch) *Nie, to się nigdy nie uda.*

(U3/dz) *To dlaczego bez łańcucha się rusza? To łańcuch jest zepsuty.*

Uczniowie postanowili wykonać konstrukcje zgodne z ilustracjami dołączonymi przez producenta klocków. Na kartach nie umieszczono instrukcji. Na początku dzieci próbowały odwzorować konstrukcje, jednak nie dostrzegały szczegółów związanych z odpowiednim ułożeniem elementów. Umieszczały oś koła zębatego w innym miejscu. Wszystkie pytania o niepowodzenia kierowały do mnie.

(U1/ch) *Dlaczego tak jest?*

(Ja) *Co Ty o tym myślisz? Dlaczego jedno koło nie porusza drugiego? (koła były zablokowane przez zbyt bliskie umieszczenie elementów)*

(U1/ch) *Nie wiem! To za trudne jest, głupie. Te klocki nie działają (uczeń był wyraźnie wzburzony, zakładał, że wystarczy umieścić tyle elementów, ile przedstawiono na ilustracji).*

(Ja) *A co myślisz Twoi koledzy? Rozmawialiście o tym?*

(U1/ch) *Nie, to źle jest, trzeba zburzyć!*

(U2/ch) *To pani nam powie, gdzie to zmienić?*

(Ja) *Zastanówcie się, dlaczego wszystkie koła są zablokowane. Co im przeszkadza?*

(U3/ch) *Pewnie te klocki. Jak włożyliśmy na ścianę, to przestało działać. Wcześniej nawet 6 kół udało nam się ruszać, a teraz 4 stoją.*

(Ja) *A jak poruszaliście 6 kół, to one były ustawione identycznie?*

(U2/ch) *Tak. Duże obok małego, żółte później, średnie, czerwone duże i małe czarne. A teraz mamy to duże, małe, żółte i średnie.*

(Ja) *Rozumiem. To co się stało?*

(U2/ch) *Ej, ale one chyba więcej miejsca na dywanie zajmowały niż na tej ścianie!*

(U1/ch) *No tak, bo do moich butów sięgało, a ta ściana jest krótsza. Ej, teraz się nam uda!*

Uczniowie dostrzegli zależność między odpowiednim ułożeniem elementów a ruchem kół zębatach, dodali klocki do ściany, by ją wydłużyć. Następnie połączyli koła zębate łańcuchem, ponieważ łańcuch unieruchomił dwa koła, wykorzystali swoje poprzednie spostrzeżenie i od razu przeszli do sprawdzania ułożenia elementów. Kilkakrotnie odsuwali, przysuwali i zmieniali położenie kół, aż ostatecznie doprowadzili do sytuacji, w której dwa koła były wewnątrz łańcucha i dwa na zewnątrz, ale wprowadzenie jednego koła w ruch skutkowało poruszeniem wszystkich.

Kolejnym przykładem podejmowania aktywności była budowa konstrukcji z kołami, która miała mieć układ gąsienicowy (chłopcy budowali czołg). Podjęli łącznie 16 prób ustawienia kół, jednak nie udało się zbudować działającego mechanizmu, dlatego część osób postanowiło zmienić budowany obiekt. Tylko jeden chłopiec do końca konstruował czołg. Zmieniał wielkość kół (same duże *vs* same małe; dwa duże i dwa małe), wydłużał łańcuch i skracał go. W trakcie prezentacji opowiedział o wszystkich błędnych krokach (zbyt ciasne otoczenie kół łańcuchem, złe ustawienie kół, nieodpowiednia wielkość). Mechanizm dalej nie działał, dlatego chłopiec wysunął hipotezę na temat możliwej poprawy ustawienia osi i dodał:

– ale nie wiem czy to pomoże, bo jeszcze tego nie sprawdziłem.

2. „Ładne będzie tylko niebieskie”

Projektując i konstruując swoje wytwory, dzieci dużo uwagi poświęcały cechom jakościowym. Każdy zespół budując „konstrukcję z kołami zębatymi”, tak naprawdę budował konstrukcję nawiązującą do ulubionych bohaterów (dom Sticha – bohater bajki Lilo i Stich), znanych zabawek (czołg), urządzeń (wnętrze zegara), zwierząt (żyrafa). Wśród sześciu zespołów, członkowie dwóch byli bardzo skupieni na samym wyglądzie konstrukcji. W pierwszym przypadku, cztery uczennice budowały „dom Sticha”, ponieważ bohater bajki jest niebieski, dziewczynkom zależało, aby dom również miał taki kolor. W zestawie nie było niebieskich klocków, co na początku spowodowało rezygnację:

– Ładne będzie tylko niebieskie.

Dziewczynki poświęciły kilkanaście minut na dyskusję na temat kształtu konstrukcji, jedna z nich stwierdziła:

– Jeśli nie będzie niebieski, to niech coś innego przypomina Sticha. Uszy możemy zbudować wystające z dachu.

Zespół przystąpił do budowy i wielokrotnie zmieniał kształt samej konstrukcji, aby jak najwierniej przedstawiała bohatera. Na koniec zaprezentował swój wytwór i omówił poszczególne elementy. Pozostałe dzieci zwróciły uwagę na brak kół zębatych:

– Ale kół nie macie, zadanie miało być z kołami.

Uczennice odpowiedziały:

– Koła nie pasowały, nie było czasu na to.

Drugi przykład dotyczył zespołu, w którym pracowały trzy dziewczynki i dwóch chłopców. Dwie dziewczynki chciały do konstrukcji użyć samych dużych kół zębatach, a grupa miała tylko jedno takie koło. Uczennice nie chciały realizować zadania, próbowały wymienić swoje koła z pozostałymi dziećmi, jednak nikt nie chciał zrezygnować z dużych. Pozostali członkowie zespołu postanowili zbudować żyrafę. Tłumaczyli, że dzięki zastosowaniu kół różnej wielkości cały mechanizm zmieści się w jej „brzuchu”. Kiedy nie uzyskali aprobaty dziewczynek, przystąpili do zadania w okrojonym składzie. Na koniec dziewczynki stwierdziły, że zostały wykluczone przez grupę i nic nie mogły robić. Zapytane, dlaczego nie chciały budować żyrafy, odpowiedziały:

– Ale bez dużych kół? Bez sensu.

3. „Pani nam nie powie”

Jednym z podstawowych celów przeprowadzonych warsztatów było obserwowanie pracy dzieci, która nie jest kierowana przez nauczyciela. Konstruowanie nie może bowiem odbywać się „po śladzie” (Klus-Stańska, 2000, s. 106). Na początku duża grupa dzieci reagowała podobnie. Po przedstawieniu treści zadania, uczniowie oczekiwali dokładnej instrukcji. Dzieci często dopytywały nie tylko o to, co mają zrobić, ale także jak wykonać zadanie. Mówiły na przykład:

– Ale pani nam tego nie powie?! Przecież nie wiemy JAK!

Część uczniów zakładała, że będą wykonywać moje polecenia. W trakcie pierwszych spotkań niektórzy reagowali nerwowo, gdy nie otrzymywali odpowiedzi sugerującej rozwiązanie. Zarówno energiczne machanie rękami, podniesiony ton głosu, jak i komunikaty wskazywały na ich zdenerwowanie. Kiedy nie uzyskali ode mnie prostej odpowiedzi, część dzieci chciała zburzyć całą konstrukcję. Na początku nie szukały odpowiedzi zespołowo, później gdy ktoś pytał mnie o rozwiązanie problemu, inna osoba z zespołu odpowiadała:

– Pani nam nie powie.

Można wyróżnić dwie fazy pracy w tej grupie. W pierwszej, wskazanej powyżej, dzieci oczekiwały prowadzenia przez osobę dorosłą. Jednak po wielu rozmowach ze mną, w trakcie których uczniowie naprowadzali się wz-

jemnie na rozwiązywania, stopniowo odchodzili od szukania odpowiedzi u dorosłego i zaczęli częściej prezentować, to jak sami myślą. Kiedy w pierwszej fazie pytałam, „co Ty o tym myślisz?” dzieci czasem zakładały, że myślą źle lub nie wiedzą, co zrobić i nie chciały głośno o tym mówić:

- *Nie wiem, to źle jest.*
- *Nie wiem! To jest za trudne, głupie. Te klocki nie działają.*

Proponowałam wówczas, aby i tak spróbowały mi to pokazać. Później coraz częściej prezentowały efekty pracy, nawet jeśli jeszcze nie rozwiązały problemu:

- *Jeszcze nie działa, ale już wiemy, że tu (wskazuje jedno z kół zębatych) blokuje.*

Dwa zespoły nie oczekiwały instrukcji. Kiedy podchodziłam, aby porozmawiać o postępach, zawsze witało mnie głośne wołanie:

- *Tylko niech pani nie podpowiada!*

Dzieci wyraźnie chciały rozwiązać zadanie samodzielnie i szczegółowo opowiadały o planie oraz sposobach realizacji.

W trakcie podsumowania i prezentacji efektów pracy, uczniowie przyznawali, że popełniali błędy, mówili głośno o tym, co sprawiło im trudność:

- (Uczeń z grupy 1) My nie mogliśmy tego z łańcuchem połączyć.*
- (Uczennica z grupy 2) Noo, my też się długo z tym męczyliśmy. Myśleliśmy, że łańcuch jest zepsuty.*
- (Uczeń z grupy 1) My też, że tam jest jakaś blokada w tym zamontowana i się nie da.*
- (Uczeń z grupy 4) Tyle razy to poprawialiśmy, my takie klocki mieliśmy w przedszkolu, ale to było trudne zadanie, bo czasem jedna dziurka (otwór w klocku) i wszystko źle szło.*
- (Ja) Chcieliście się poddać?*
- (2 uczniów z różnych grup) Taaak.*
- (Uczeń z grupy 1) Czasem tak, ale się nie daliśmy.*

W zadaniu „budowanie wież”, kiedy nie udzieliłam instrukcji dotyczącej szacowania, uczniowie wymyślali wyniki, przekrzykiwali się. Jednak samo pytanie: „Co widzicie, co możecie powiedzieć o tej wieży?” spowodowało, że zaczęli prowadzić obserwację, stawiać pierwsze hipotezy związane z dostrzeżonym związkiem powtarzających się kolorów i możliwej ich liczebności.

4. „Ale on nic nie robi, nic, zero”

W tej kategorii można wyróżnić dwie najważniejsze grupy dziecięcych działań. W jednej są przejawy efektywnej współpracy, w drugiej zaś – przykłady konfliktów i rezygnacji z pracy. Uczniowie samodzielnie tworzyli zespoły, jednak podczas pracy pojawiały się różnorodne problemy. Konflikty w tej grupie wywołuje przede wszystkim niezgodność na etapie planowania. Dzieci mają różne wizje „obiektów do myślenia” i z zapałem przystępują do ich realizacji. Czasem dochodziło do podziału zespołu na dwa mniejsze, w których realizowano odrębne pomysły. Podejmowanie wielu prób rozwiązania problemu, wiążące się z wysiłkiem nie tylko koncepcyjnym, ale też emocjonalnym, doprowadziło do rezygnacji z pracy i porzucenia grup przez trzy osoby. Uczniowie zgłaszali wtedy:

– *Ale on nic nie robi, nic, zero.*

Przykładem efektywnej współpracy są dialogi wskazujące na wspólne dochodzenie do rozwiązania. W tych sytuacjach dzieci głośno myślały i dyskutowały. Dążyły do skutecznego komunikowania się. Kiedy brakowało im słów lub nie potrafiły pomysłu opisać, pokazywały rozwiązanie na konkretnych. Budowały element konstrukcji z klocków, wskazywały części budowli, gestykulowały, rysowały, tak by zespół mógł zaakceptować lub odrzucić pomysł. Uczniowie także motywowali się wzajemnie:

– *To weźmy bez rysunku róbmy, bo to trudne jest.*

– *Nie, zmienimy to.*

– *Ile będziemy zmieniać?*

– *Aż zadziała. Jeszcze raz, to się musi kiedyś udać.*

Interpretacja i zakończenie

Udzielając odpowiedzi na pytanie: „jaką postawę przyjmują uczniowie klasy pierwszej wobec problemowych zadań matematycznych w trakcie zaangażowania w aktywność wytwórczą?”, należy zacząć od zwrócenia uwagi na specyficzną rolę nauczyciela i ucznia w trakcie konstruowania. Do interpretacji zostały wykorzystane dane opisane w kategorii „Pani nam nie powie”. Uczniowie, którzy są przyzwyczajeni do realizacji zadań według instrukcji nauczyciela, na początku oczekiwali prowadzenia „krok po kroku”, lecz kiedy nie otrzymywali jasnych wskazówek dotyczących rozwiązania problemów, byli niepewni. Obawiali się popełniania błędów, dlatego nie chcieli odpowiadać na pytanie: „jak myślisz, dlaczego tak jest?” Obawy te

przemijały wraz z kolejnymi nieudanymi próbami. Dzieci zaczynały traktować błędy jako element procesu tworzenia, a nie jako efekt swoich braków, o czym świadczą pierwsze samodzielne próby omawiania niepoprawnych rozwiązań i stawianie hipotez dotyczących możliwych zmian. Występowanie uczących błędów jest istotnym założeniem konstrukcjonizmu.

Rolą nauczyciela jest planowanie zadań problemowych i nieingerowanie w proces ich rozwiązywania. W pierwszej fazie pracy uczniowie kierowali pytania wyłącznie do dorosłych, nie podejmowali prób wspólnego rozwiązywania problemu. Specyficzny styl pracy dorosłego, który nie podpowiada, ale zadaje pytania, proponuje prowadzenie własnych badań, dopytuje o obserwacje, wywoływał wzburzenie („przecież nie wiemy jak!”), następnie rezygnację („pani nam tego nie powie...”), ostatecznie dzieci zaakceptowały pracę bez instrukcji i same domagały się, aby nie ingerować w ich pomysły („tylko niech nam pani nie podpowiada!”). Część dzieci w trakcie nieudanych prób reagowała emocjonalnie, próbowała zniszczyć konstrukcję, uważała, że zadanie jest niewykonalne, rezygnowała z realizacji. Zdarzało się, że dzieci nie zauważały, że daną strategię stosowały już wcześniej i powtarzały te same czynności. W takich sytuacjach pomocne było pytanie: „czy możemy z tym zrobić coś jeszcze/czy możemy inaczej ułożyć klocki?”. Na początku każdy członek grupy prezentował swoje stanowisko, następnie wspólnie modyfikowano wybrany przez grupę pomysł. Postawę uczniów można określić jako aktywną, choć niektórzy rezygnowali z pracy, woleli obserwować działania kolegów lub deklarowali, że nie wiedzą co robić, często wracali do pracy grupowej. Wytrwałość w podejmowaniu kolejnych aktywności jest kluczowa w trakcie konstruowania. Według Z. Pietrasińskiego, rozwiązywanie problemu ma dwa aspekty:

- Uzyskanie odpowiedzi na określone pytania. Skutek ten nazwiemy przedmiotowy.
- Wzrost doświadczenia w rozwiązywaniu problemów danego rodzaju, a w pomysłnym wypadku – także problemów innego typu. Oznacza to pewną zmianę w nas samych (Pietrasiński, 1983, s. 11)

Aktywna postawa wobec problemów może zaś przyczynić się do realizacji, wskazanego przez Z. Krygowską, trzeciego poziomu celów edukacji matematycznej, a więc intelektualizacji postaw i zachowań poza edukacją matematyczną (Krygowska, 1986, s. 26).

Aby ukazać, „jakie wyzwania i trudności mają uczniowie w czasie konstruowania?” wykorzystano dane przedstawione w kategoriach „Ładne będzie tylko niebieskie” oraz „Ale on nic nie robi, nic, zero”. Największym wyzwaniem w trakcie pracy koncepcyjnej były trudności niektórych uczniów w dziedzinie pracy zespołowej. Na początku uczniowie przekrzykiwali się,

nie potrafili podzielić pracy, wyrywali sobie klocki, dochodziło do podziału na mniejsze grupy. Odmienne punkty widzenia wymuszały uzgodnienia poznawcze (Klus-Stańska, 2000, s. 58), a interakcje społeczne bywały gwałtowne. Reakcje te świadczą o zaangażowaniu dzieci w proces rozwiązywania problemu i podkreślają, jak ważne dla badanych uczniów jest udzielenie odpowiedzi. Współpraca w trakcie rozwiązywania zadań matematycznych jest możliwa pod warunkiem odpowiedniego doboru zadań problemowych. Zadania nieproblemowe, proste i zamknięte mogą ograniczać wspólne działania. A. Kalinowska wskazała, że nadal powszechny jest mit głoszący, iż „matematyka nie nadaje się do pracy w małych zespołach” (Kalinowska, 2010, s. 48), jednak obserwacje konstruujących grup przeczą tym społecznym przekonaniom. Badane dzieci w trakcie rozwiązywania problemów korzystały z mowy eksploracyjnej (Brudzińska, 2023b) – głośno myślały, wspólnie wypracowywały strategię działań, dyskutowały, argumentowały i naprowadzały się na rozwiązanie.

Analizując trudności związane z rozwiązywaniem problemów koncepcyjnych, należy zwrócić uwagę na sytuacje, w których dzieci, choć nie rozwiązują problemu opracowanego przez nauczyciela, to nadal wykonują zadanie (budowa domu Sticha bez kół zębatach). Jednym z powodów może być brak odpowiedniego czasu przeznaczonego na działanie. W trakcie konstruowania dzieci uczą się, jak planować działania i jak zarządzać dostępnym czasem. Rozpoczynając aktywność wytwórczą, uczniowie poświęcają dużo czasu na omawianie pomysłów, rysowanie, spieranie się. Czas przeznaczony na budowanie konstrukcji jest ograniczony, a dzieci dopiero uczą się planowania działań. Jednakże, w takich chwilach uwidaczniają się przede wszystkim dwa światy – świat nauczycielskich założeń i dziecięcych dążeń. Brak umieszczenia kół zębatach w domu Sticha jest przejawem dziecięcej personalizacji. Uczniowie mogą skupiać się na wybranych przez siebie elementach konstrukcji. W tym momencie właśnie to działanie jest dla nich najważniejsze. Takie sytuacje pokazują, że przykładamy wagę do innych kwestii. Dla nauczyciela istotne jest sprawdzenie reakcji dzieci w sytuacjach problemowych, dla większości dzieci – ważne rozwiązanie problemów, ale dla niektórych najistotniejsze – wykonanie własnego planu – nawet bez rozwiązania problemu. Dlatego, zgoda na wystąpienie niezaplanowanych efektów pracy oraz otwartość na modyfikację własnych założeń stanowi również cechę nauczyciela konstrukcjonisty.

Odpowiadając na pytania: „jak przebiega proces badania i eksperymentowania w trakcie konstruowania?” oraz „jakie działania podejmują dzieci, by rozwiązywać problemy matematyczne?” należy przyjrzeć się działaniom werbalnym i niewerbalnym podejmowanym przez dzieci. Konstruowane „obiekty do myślenia” mają aktywizować myślenie heurystyczne o charakte-

rze czynnościowym, dlatego uczniowie mają aktywnie badać problemy matematyczne. W badanej grupie główną strategią rozwiązywania problemów podczas konstruowania była strategia prób i poprawek (Dąbrowski, 2008, s. 94). Dzieci analizowały swoje uprzednie działania i zastanawiały się nad tym, dlaczego coś działa lub nie działa. Pierwsze dziecięce hipotezy (dotyczące niepowodzeń) związane są z elementami technicznymi (zakładane uszkodzenia klocków, wadliwa konstrukcja łańcucha). Następnie, uczniowie zaczynają analizować sytuację, dostrzegają zależności związane z odległością, liczebnością, długością, czy wielkością elementów.

Kolejną strategią zaobserwowaną w tym badaniu było wykorzystywanie analogii. Spostrzeżenia zgromadzone w trakcie działania są wykorzystywane w kolejnych konstrukcjach, co jest jednym z ważniejszych skutków rozwiązywania problemów i pozwala stosować „jedno z najpotężniejszych narzędzi matematycznej twórczości – rozumowanie przez analogię” (Dąbrowski, 2008, s. 49).

Strategię działania podczas poszukiwania rozwiązań stanowi także wizualizacja. Dzieci wykorzystywały materiał konkretny (w postaci klocków), a także własne rysunki do argumentowania swojego stanowiska. Niekiedy język dziecięcy nie pozwalał na precyzyjne omawianie konstrukcji. W takich wypadkach skuteczną strategią podejmowaną przez grupy była wizualizacja.

Poszukiwanie własnych strategii dokonywania odkryć, czyli wykorzystywanie heurystyk w edukacji wczesnej może być z powodzeniem stosowane w trakcie zajęć matematycznych już w najmłodszych klasach. Należy wziąć pod uwagę fakt, że w przeciwieństwie do stosowania metod algorytmicznych (dających „złudne poczucie bezpieczeństwa” – Dworakowska, 2013, s. 204), pozwolenie dzieciom na nieukierunkowane przez nauczyciela działania zmierzające do rozwiązania problemu mogą wywołać rozmaite napięcia emocjonalne. Proces konstruowania stanowi proces radzenia sobie z kolejnymi nieudanymi próbami, wypracowywaniem wspólnego stanowiska, podejmowaniem działań mimo niepewności czy braku gwarantowanego sukcesu – do tego często uczniowie nie są przyzwyczajeni, zwłaszcza jeśli pracowali głównie „po śladzie” nauczyciela lub autora zeszytu ćwiczeń do matematyki. Nauka pracy zespołowej, skupienie się na konstruowaniu pojęć przez ucznia, a nie na podawaniu definicji przez dorosłego, aktywne szukanie strategii, nauka akceptowania błędów stanowi jedno z ważniejszych właściwości pracy zorganizowanej wokół konstruowania. Konstrukcjonizm może być zatem dobrym źródłem inspiracji do projektowania matematycznych zadań problemowych dla młodszych uczniów.

Wkład autorów

Autor deklaruje samodzielny wkład w powstanie pracy.

REFERENCES

- Bers, M.U. (2008). *Blocks to robot. Learning with Technology in the Early Childhood Classroom*. New York/London: Teachers College Press
- Bilewicz-Kuźnia, B. (2018). *Rozwijanie umiejętności matematycznych dzieci w wieku przedszkolnym*. Lublin: Wydawnictwo UMCS
- Bonar, J. (2013). *O potrzebie rozwijania myślenia twórczego w edukacji matematycznej uczniów*. W: A. Kalinowska (red.), *Wczesnoszkolna edukacja matematyczna – ograniczenia i ich przełamywanie*. Olsztyn: Wydawnictwo Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego
- Brudzińska, P. (2023a). *School for thinking not for schooling. Konstrukcjonizm a środowisko uczenia się na przykładzie działalności Darunsikhalai School for Innovative Learning*. *Studia z Teorii Wychowania*, XIV, 4/45
- Brudzińska, P. (2023b). *Eksploracyjna mowa dziecięca. Rola komunikacji werbalnej w trakcie konstruowania*. *Problemy Wczesnej Edukacji*, 2/57, 133-139
- Dąbrowski, M. (2008). *Pozwólmy dzieciom myśleć! O umiejętnościach matematycznych polskich trzecioklasistów*. Warszawa: Centralna Komisja Egzaminacyjna
- Dworakowska A. (2013). *Potrzeba stosowania strategii heurystycznych w czasie zajęć edukacji matematycznej*. W: A. Kalinowska (red.), *Wczesnoszkolna edukacja matematyczna – ograniczenia i ich przełamywanie*. Olsztyn: Wydawnictwo Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego
- Filip, J., Rams, T. (2000). *Dziecko w świecie matematyki*. Kraków: Oficyna Wydawnicza Impuls
- Kafai, Y. (1995). *Minds in play. Computer Game Design as a Context for Children's Learning*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates
- Kalinowska, A. (2010). *Pozwólmy dzieciom działać*. Warszawa: Centralna Komisja Egzaminacyjna
- Klus-Stańska, D. (2000). *Konstruowanie wiedzy w szkole*. Olsztyn: Wydawnictwo Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego
- Klus-Stańska, D., Kalinowska, A. (2004). *Rozwijanie myślenia matematycznego młodszych uczniów*. Warszawa: Wydawnictwo Akademickie Żak
- Krygowska, Z. (1986). *Elementy aktywności matematycznej, które powinny odgrywać znaczącą rolę w matematyce dla wszystkich*. *Roczniki Polskiego Towarzystwa Matematycznego*. Seria V: Dydaktyka Matematyki, 6
- Martinez, S.L, Stager, G. (2016), *Invent to Learn: Making, Tinkering, and Engineering in the Class-room*. Torrance: Constructing Modern Knowledge Press
- Moroz, H. (1982). *Rozwijanie pojęć matematycznych u dzieci w wieku przedszkolnym*. Warszawa: Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne
- Papert, S. (1996). *Dzieci i komputery*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN
- Pietraszński, Z. (1983). *Atakowanie problemów*. Warszawa: Nasza Księgarnia
- Treliński, G. (2005). *Stymulowanie aktywności – przeciwdziałanie bezradności matematycznej ucznia*. W: M. Czajkowska, G. Treliński (red.), *Kształcenie matematyczne. Tendencje, badania, propozycje dydaktyczne*. Kielce: Wydawnictwo Akademii Świętokrzyskiej