DOI: 10.14746/sh.2022.47.2.011

Sensus Historiae
ISSN 2082–0860
Vol. XLVII (2022/2)
s. 167-184

Zbigniew Tworak
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu

Parakonsystentna logika doksastyczna

Wstęp

Rozpocznę od dość oczywistego stwierdzenia, że nasze przekonania kształtowane są przez pozyskiwane z różnych źródeł informacje. Nierzadko zdarza się, że dochodzące do nas informacje przeczą sobie nawzajem. Może to być bodźcem do rewizji posiadanych przekonań, gdy np. nowa informacja pochodzi z bardziej wiarygodnego źródła. Z ciekawszą sytuacją mamy do czynienia w przypadku informacji pochodzących ze źródeł równie wiarygodnych. Na przykład z jednego zaufanego źródła dowiadujemy się, że codzienne picie niewielkiej ilości czerwonego wina ma dobry wpływ na nasze serce i krążenie, zaś z drugiego, że regularne picie nawet niewielkiej ilości jakiegokolwiek alkoholu jest szkodliwe dla zdrowia — powoduje wyniszczenie mózgu i innych organów. Pierwsza informacja uzasadnia przekonanie o profilaktycznym działaniu czerwonego wina, druga uzasadnia przekonanie przeciwne. Brak jakiegoś efektywnego i niezawodnego kryterium wartościowania tych informacji może w rezultacie doprowadzić do wykształcenia się sprzecznego stanu przekonań. Zdarza się nawet, że to samo zaufane źródło dostarcza adresatowi wewnętrznie sprzeczną informację. Za przykład może posłużyć paradoks przedmowy. Rozważmy inną sytuację, w której Alfa proponuje Becie wybór pomiędzy pustym pudełkiem A i zawierającym 100 zł pudełkiem B. Następnie obiecuje, że jeżeli wybór Bety będzie nieracjonalny, to wręczy mu 1 000 zł.[1] Beta, zastanawiając się nad ewentualnym wyborem

[1] Gry takie jak tu przedstawiona nierzadko wykorzystuje się np. w psychologii do modelowania i analizy zachowań ludzi znajdujących się w sytuacjach wyboru. Przykład tej gry pochodzi z monografii Koons 2992, s. 17. Zwykle przyjmuje się, że gracz postępuje racjonalnie, gdy znając hierarchię swoich preferencji (i preferencji drugiej strony), wybiera akcję

pudełka A, może dojść do przekonania, że wybór ów jest i nie jest nieracjonalny. Argument 1: gdyby wybór pudełka A był nieracjonalny, wówczas wybierając to pudełko, zyskałbym 900 zł więcej niż wybierając pudełko B, co czyni, że wybór A nie jest nieracjonalny; stąd — na mocy słabego prawa Claviusa — wybór pudełka A nie jest nieracjonalny. Argument 2: gdyby wybór pudełka A nie był nieracjonalny, wówczas wybierając to pudełko zyskałbym co najmniej 100 zł mniej niż wybierając pudełko B, co czyni, że wybór A jest nieracjonalny; stąd — na mocy mocnego prawa Claviusa — wybór pudełka A jest nieracjonalny. Analogicznie w przypadku pudełka B. Generalnie istnieją dwie strategie radzenia sobie z docierającymi do nas sprzecznościami. Pierwsza z nich, koherencyjna, każe ich unikać — postuluje odpowiednią rewizję stanu przekonaniowego w celu przywrócenia niesprzeczności. Druga proponuje zachować (przynajmniej niektóre) sprzeczności i szuka sposobów ich ujarzmienia.[2]

Aby unieszkodliwić docierające do nas sprzeczne informacje, musimy być zdolni do ich reprezentowania i rozumowania na ich podstawie w nietrywialny sposób. W normalnych logikach doksastycznych (ufundowanych na logice klasycznej i rozszerzających system **K**) obowiązuje zasada $B_a\alpha \wedge B_a\neg\alpha \rightarrow B_a\beta$, według której jeżeli podmiot a jest przekonany, że α i zarazem jest przekonany, że nie-α, to dochodzi do trywializacji jego przekonań (jest on przekonany o wszystkim).[3] Innymi słowy, w logikach tych nie jest spełnialna koniunkcja $B_a\alpha \wedge B_a\neg\alpha \wedge \neg B_a\beta$. W każdym adekwatnym modelu dla **K** (i jego rozszerzeń), każdy świat, który potwierdza $\{B_a\alpha, B_a\neg\alpha\}$, potwierdza też $B_a\beta$, dla dowolnego β. Jest tak, gdyż żaden standardowy możliwy świat

maksymalizującą wypłatę (a przynajmniej minimalizującą stratę). W przeciwnym przypadku postępuje nieracjonalnie.

[2] Zazwyczaj jako warunek minimalny racjonalności jakiegoś systemu przekonań wymienia się jego wewnętrzną niesprzeczność. Przekonania generujące sprzeczność nie mają wartości poznawczej, a ten, kto żywi przekonania, które okazują się sprzeczne, nie zachowuje się racjonalnie. W ograniczonym (niewyidealizowanym) modelu racjonalności sprzeczności nie przeciwstawia się rozumności jednostek w tym sensie, że sprzeczność nie dyskwalifikuje danego systemu przekonań pod względem racjonalności. Żeby zakwalifikować pewien pogląd jako racjonalny wystarczy, że może on być z dobrych powodów uznany za prawdziwy. Irracjonalnie zachowuje się ten, kto „reprezentuje swoje poglądy dogmatycznie, upiera się przy nich, chociaż widzi, że nie może ich uzasadnić" (Habermas 1997, s. 55).

[3] Symbol B_a reprezentuje funktor przekonania. Wyrażenie $B_a\alpha$ zwyczajowo odczytuje się: podmiot a jest przekonany, że α. Przekonanie można rozumieć jako akt mentalny korespondujący z asercją jako aktem mowy. O jakimś systemie S mówimy, że jest sprzeczny, jeśli istnieje formuła wyrażona w jego języku taka, że zarazem ona, jak i jej negacja są jednocześnie tezami S. System S jest trywialny, gdy każda formuła wyrażona w jego języku jest tezą S. Jeżeli dany system jest oparty na logice klasycznej, to jest on trywialny wtw jest on sprzeczny. Innymi słowy, jakakolwiek sprzeczność go trywializuje.

nie jest zgodny z zarazem α i $\neg\alpha$ (w żadnym nie występują sprzeczne stany rzeczy), co powoduje, iż zbiór światów potwierdzających $\{B_a\alpha, B_a\neg\alpha\}$ jest zbiorem pustym. Twierdzenie głoszące, że podmiot w sposób nietrywialny nie może żywić przekonania, że α i przekonania, że nie-α wydaje się jednak nieintuicyjne. Poprawka spowodowana jego uchyleniem przybliżałaby logikę doksastyczną do „rzeczywistości" (nadała by jej bardziej praktyczne znaczenie). Uznanie zdań sprzecznych nie musi być (i często nie jest) świadectwem irracjonalności podmiotu i mieć destrukcyjny charakter. Istnieje kilka sposobów dopuszczenia sprzeczności:

- podejście syntaktyczne (np. odróżniające przekonania *explicite* od przekonań *implicite* poprzez wprowadzenie do języka budowanej logiki specjalnego funktora wskazującego zdania, które podmiot sobie aktualnie uświadamia i które tworzą zbiór niekoniecznie domknięty na logiczną konsekwencję);
- podejście semantyczne (wykorzystujące semantykę otoczeniową Scotta-Montague);
- podejście wykorzystujące koncepcję niestandardowych światów możliwych (w światach tych — mających status wyłącznie epistemicznych alternatyw — sprzeczności są możliwe);
- podejście postulujące zastąpienie logiki klasycznej stosowną logiką nieklasyczną.

Niniejszy artykuł odwołuje się do ostatniego z wymienionych sposobów dopuszczenia sprzeczności. Zaprezentuję w nim pewną parakonsystentną logikę doksastyczną (logikę przekonań ufundowaną na logice parakonsystentnej) — najpierw jej wersję „statyczną", a następnie „dynamiczne" rozwinięcie.[4] Systemem bazowym będzie $\mathbf{LP}^{\rightarrow}$, tj. logika paradoksu z dodanym specjalnym spójnikiem implikacji.[5] Podam tylko charakterystyki semantyczne owych wersji. Przedmiotem rozważań są logiki doksastyczne, gdyż wiedza na mocy definicji jest zawsze prawdziwa (co wyraża aksjomat T), a przeto niesprzeczna.

Parakonsystentna logika doksastyczna

Przymiotnik „parakonsystentna" pojawiający się w nazwie proponowanej tu logiki występuje w dwóch znaczeniach. Z jednej strony, logika owa jest ufun-

[4] Mówiąc ogólnie, dynamiczne logiki epistemiczne starają się wyrazić za pomocą środków formalnych zjawisko zmiany epistemicznej dokonującej się w wyniku nabywania przez podmioty informacji.

[5] Inną tego typu logikę, $\mathbf{S}_1$, podają N. da Costa i S. French (1989). Jest ona zbazowana na systemie $\mathbf{C}_1$ da Costy. Krytycznie omawia ją np. R. Poczobut (1999).

dowana na pewnej logice parakonsystentnej.[6] Z drugiej strony, występujący w niej funktor przekonania jest rozumiany parakonsystentnie w tym sensie, że nie obowiązuje dla niego implikacja $B_a\alpha \wedge B_a\neg\alpha \rightarrow B_a\beta$ i w rezultacie spełnialna jest koniunkcja $B_a\alpha \wedge B_a\neg\alpha \wedge \neg B_a\beta$. Alternatywnie: istnieją zbiór formuł Γ oraz formuła α takie, że nie dla każdej formuły β, z $\Gamma \cup \{B_a\alpha, B_a\neg\alpha\}$ wynika $B_a\beta$. Formułę, dla której mamy zarazem $B_a\alpha$ i $B_a\neg\alpha$ możemy nazwać *doksastycznie sprzeczną* (dla podmiotu a). Niech *At* będzie zbiorem zmiennych zdaniowych. Zbiór formuł *Form* języka rozważanej tu logiki (oznaczam ją przez **DLP**$^{\rightarrow}$) definiujemy następująco:

$$\alpha := p\ (\in At) \mid \alpha_1 \otimes \alpha_2 \mid \neg\alpha \mid B_a\alpha\ (a \in \tau),$$

gdzie $\otimes \in \{\wedge, \vee, \rightarrow\}$. Równoważność i funktor doksastycznej możliwości M_a wprowadza się za pomocą definicji:

$$\alpha \equiv \beta := (\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)$$
$$M_a\alpha := \neg B_a\neg\alpha$$

Semantyczną charakterystykę opisanego wyżej języka otrzymujemy definiując pojęcia struktury relacyjnej i modelu. S t r u k t u r ą r e l a c y j n ą nazywa się dowolny układ postaci $F = \langle W, \{R_a: a \in \tau\}\rangle$, gdzie $W \neq \emptyset$ jest zbiorem światów możliwych, zaś $R_a \subseteq W \times W$ jest binarną relacją zwaną r e l a c j ą d o k s a s t y c z n e j o s i ą g a l n o ś c i (lub alternatywności). Zbiór $R_a(w) = \{x \in W: wR_ax\}$ to zbiór wszystkich alternatyw dostępnych ze świata w. Z interesującej nas perspektywy reprezentuje on stan informacyjny podmiotu a znajdującego się w świecie w. Struktury dla logik jednopodmiotowych zawierają tylko jedną relację osiągalności (pomija się więc parametr). W dalszej części artykułu będziemy zajmować się właśnie takimi logikami. *Modelem* na strukturze F nazywamy parę $M = \langle F, v\rangle$ rozszerzającą strukturę F o funkcję wartościowania $v: At \times W \rightarrow \{f, b, t\}$, która każdej zmiennej zdaniowej i każdemu światu przyporządkowuje jedną z trzech wartości logicznych (f i t korespondują ze standardowymi wartościami logicznymi t y l k o f a ł s z y w e i t y l k o p r a w d z i w e, zaś b jest nieklasyczną wartością

[6] Niech Form oznacza zbiór wszystkich formuł logiki L, zaś $\vdash$ będzie syntaktyczną lub semantyczną relacją konsekwencji określoną na zbiorze Form. Logikę $\langle$Form, $\vdash\rangle$ nazywamy parakonsystentną, jeśli jej relacja konsekwencji $\vdash$ nie jest eksplozyjna, tj. $\{\alpha, \neg\alpha\} \nvdash \beta$, dla pewnych $\alpha, \beta \in$ Form. Jest to najczęściej przyjmowana definicja logiki parakonsystentnej, chociaż ma ona pewne wady (zob. w tej kwestii np. Ciuciura 2018, s. 17-20). Zasadę, w myśl której dla dowolnych formuł α i β, $\{\alpha, \neg\alpha\} \vdash \beta$ nazywa się często *Ex contradictione sequitur quodlibet*. Przy swobodnym odczytaniu głosi ona, że ze sprzeczności wynika wszystko (tj. dowolne zdanie – nawet takie, które jest względem niej treściowo irrelewantne).

zarazem prawdziwe i fałszywe).[7] Zakładamy, że zbiór wartości logicznych jest uporządkowany wedle prawdziwości: $f < b < t$. Wartościami wyróżnionymi są b i t, tj. $D = \{t, b\}$. Funkcję v rozszerzamy na wszystkie formuły rozważanego języka do funkcji V: $Form \times W \rightarrow \{f, b, t\}$ w następujący sposób:

(a) $V(p, w) = v(p, w)$;

(b) $V(\neg\alpha, w) = \begin{cases} t, \text{ gdy } V(\alpha, w) = f, \\ b, \text{ gdy } V(\alpha, w) = b, \\ f, \text{ gdy } V(\alpha, w) = t; \end{cases}$ [8]

(c) $V(\alpha \wedge \beta, w) = \mathrm{Min}(V(\alpha, w), V(\beta, w))$;

(d) $V(\alpha \vee \beta, w) = \mathrm{Max}(V(\alpha, w), V(\beta, w))$;

(e) $V(\alpha \rightarrow \beta, w) = \begin{cases} V(\beta, w), \text{ gdy } V(\alpha, w) \in D \text{ (tj. gdy } V(\alpha, w) \neq f); \\ t, \text{ w przeciwnym przypadku (tj. gdy } V(\alpha, w) = f); \end{cases}$ [9]

---

[7] Wartość b można też odczytywać jako paradoksalne. W literaturze przedmiotu wartości f, b, t reprezentuje się też za pomocą zbiorów z $2^{\{0,1\}} \backslash \emptyset$, tj. $\{0\}$, $\{0, 1\}$, $\{1\}$.

[8] Negacja $\neg$ zachowuje się w sposób klasyczny na wartościach t i f oraz zachowuje wartość b: $\neg b = b$.

[9] Podczas gdy negacja, koniunkcja i alternatywa są scharakteryzowane prawdziwościowo tak samo jak w logice paradoksu Grahama Priesta (**LP**), charakterystyka implikacji ulega modyfikacji. Zmiana dotyczy sytuacji, w której jest ona fałszywa: implikacja jest fałszywa, jeśli następnik przyjmuje wartość f, a poprzednik wartość wyróżnioną t lub b (tj. $[t \rightarrow f] = [b \rightarrow f] = f$). Dodajmy, że jeżeli t i b zastąpimy przez 1, a f przez 0, to otrzymamy klasyczną tabelę dla implikacji. Taką charakterystykę implikacji podali I.M.L. D'Ottaviano i N. da Costa, formułując system $\mathbf{J}_3$ nawiązujący do systemu logiki dyskusyjnej $\mathbf{J}_2$ St. Jaśkowskiego (D'Ottaviano, da Costa 1970). Niekiedy nazywa się ją więc implikacją Jaśkowskiego. Występuje ona też w logice antynomii F. G. Asenjo i J. Tamburino (Asenjo, Tamburino 1975). Aksjomatykę dla niej podał A. Avron (Avron 1986, 1991). Dodajmy jeszcze, że logika paradoksu z tak rozumianą implikacją ($\mathbf{LP}^{\rightarrow}$) jest idealną logiką parakonsystentną w sensie sprecyzowanym w artykule Arieli, Avron, Zamansky 2011. W szczególności ma ona następujące własności: (1) jej relacja konsekwencji zawiera się w relacji konsekwencji logiki klasycznej, (2) zachodzi twierdzenie o dedukcji, (3) jest ona maksymalna względem logiki klasycznej (podklasycznie maksymalna), tzn. dodanie jako aksjomatu jakieś niedowodliwej w niej klasycznej tautologii prowadzi do logiki klasycznej oraz (4) maksymalnie parakonsystentna w sposób mocny, tzn. jakiekolwiek jej rozszerzenie właściwe — bez zmiany języka — prowadzi do logiki nieparakonsystentnej (logika $\langle L, \vdash_1 \rangle$ rozszerza właściwie logikę $\langle L, \vdash_2 \rangle$ bez zmiany języka wtw $\vdash_2 \subsetneq \vdash_1$). Wymienione własności przybliżają $\mathbf{LP}^{\rightarrow}$ do logiki klasycznej (jak to tylko możliwe).

$$\text{(f)}\quad V(B\alpha, w) = \begin{cases} t, \text{ gdy } V(\alpha, x) \in D, \text{ dla dowolnego } x \in R(w), \\ f, \text{ w przeciwnym przypadku.}^{10} \end{cases}$$

Zauważmy, że wszystkie niemodalne formuły, w których zmienne przyjmują jedynie wartość b, przyjmują wartość b.

Zbiór światów modelu M oznaczamy przez W_M, jeżeli zachodzi potrzeba wskazania modelu. Gdy $V(\alpha, w) \in D$, mówimy wówczas, że α jest prawdziwa (lub spełniona) w świecie w modelu M (tj. przy wartościowaniu V) i piszemy: $(M, w) \vDash \alpha$. Mamy więc:

$$(M, w) \vDash \alpha \text{ wtw } V(\alpha, w) = t \text{ lub } b$$
$$(M, w) \vDash \neg\alpha \text{ wtw } V(\alpha, w) = f \text{ lub } b.$$

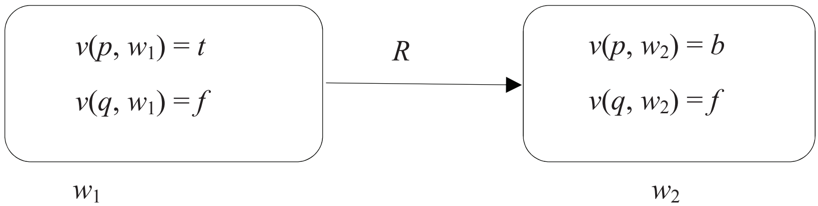
Formuła α jest *spełnialna w modelu M* wtw $\|\alpha\|_M \neq \emptyset$, gdzie $\|\alpha\|_M = \{w \in W_M: (M, w) \vDash \alpha\}$. Elementy zbioru $\|\alpha\|_M$ będziemy nazwać α-światami. Formuła α jest *spełnialna* wtw istnieje model, w którym jest ona spełnialna.

Warunek (f) stanowi więc, że w świecie w (modelu M) podmiot jest przekonany, że α wtw α jest prawdziwa — tj. tylko prawdziwa lub paradoksalna — w każdym świecie dostępnym z w dla danego podmiotu. Zauważmy, że formuły postaci $B\alpha$ są albo tylko prawdziwe, albo tylko fałszywe (nigdy nie przyjmują wartości pośredniej b). Chociaż w zbiorze przekonaniowym podmiotu może wystąpić sprzeczność (tj. może on być przekonany, że α i zarazem być przekonany, że nie-α), nie może jednak być o czymś zarazem przekonanym i nieprzekonanym. Chcemy więc, aby koniunkcja $B\alpha \wedge \neg B\alpha$ przyjmowała zawsze wartość f. Bycie przekonanym, że nie-α nie jest tym samym, co bycie nieprzekonanym, że α. W rezultacie negację klasyczną (mocną) możemy zdefiniować za pomocą implikacji: $\sim\alpha := \alpha \rightarrow (Bp \wedge \neg Bp)$.[11]

P r z y k ł a d 1.
Rozważmy następujący model:

[10] Czyli, gdy $V(\alpha, x) = f$, dla pewnego $x \in R(w)$.

[11] Jest ona klasyczna w tym sensie, że daje f, jeśli poprzedza zdanie prawdziwe (tj. tylko prawdziwe lub paradoksalne), daje zaś t, jeśli poprzedza zdanie o wartości f (tylko fałszywe), czyli $[\sim t] = [\sim b] = f$ i $[\sim f] = t$. Dodanie klasycznej negacji zwiększa moc wyrażeniową języka. Na przykład możemy zdefiniować formuły dające wyraz temu, jaką wartość ma formuła α: $\alpha^f := \sim\sim(\sim\alpha \wedge \neg\alpha)$, $\alpha^t := \sim\sim(\alpha \wedge \sim\neg\alpha)$, $\alpha^b := \sim\sim(\alpha \wedge \neg\alpha)$. Łatwo zauważyć, że $V(\alpha^i, w) = t$ wtw $V(\alpha, w) = i$, dla $i \in \{f, t, b\}$. W przeciwnym przypadku $V(\alpha^i, w) = f$. Formułę postaci $\sim\neg\alpha$ można interpretować jako wyrażającą brak informacji o fałszywości α.



Ryc. 1. Model dla Bp, $B\neg p$ i $\neg Bq$.

W modelu tym $V(Bp, w_1) = V(B\neg p, w_1) = t$, ale $V(Bq, w_1) = f$, co daje, że $V(\neg Bq, w_1) = t$. To pokazuje, że dla pewnych formuł α i β zarówno koniunkcja $B\alpha \wedge B\neg\alpha$, jak i koniunkcja $B\alpha \wedge B\neg\alpha \wedge \neg B\beta$ są spełnialne w M. ■

Relację (semantycznej) konsekwencji definiujemy standardowo (tak, by zachowywała wartości wyróżnione t i b). Formuła α *jest konsekwencją* zbioru formuł Γ (symbolicznie: $\Gamma \vDash \alpha$) wtw dla każdego modelu M i każdego $x \in W_M$, jeżeli $(M, x) \vDash \Gamma$, to także $(M, x) \vDash \alpha$.[12] Mówimy, że formuła α *jest tautologią* wtw $\emptyset \vDash \alpha$; piszemy wówczas $\vDash\alpha$ (w przeciwnym przypadku piszemy $\nvDash$). Prosta analiza pozwala stwierdzić, że $\vDash\alpha$, jeśli dla dowolnego modelu M oraz dowolnego $x \in W_M$, $(M, x) \vDash \alpha$ (alternatywnie: $V(\alpha, x) \in D$).[13]

Odnotujmy następujące fakty:

- Obowiązuje reguła Gödla: α / $B\alpha$.
- Obowiązuje aksjomat K, tj. $\vDash B(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (B\alpha \rightarrow B\beta)$.
- Obowiązuje reguła *modus ponens* (jest ona niezawodna w tym sensie, że zachowuje obie wyróżnione wartości b i t).
- Zachodzi (semantyczne) twierdzenie o dedukcji: Jeżeli $\Gamma, \alpha \vDash \beta$, to $\Gamma \vDash \alpha \rightarrow \beta$ (i na odwrót).

---

[12] Zapis $(M, x) \vDash \Gamma$ oznacza, że $(M, x) \vDash \beta$, dla każdego $\beta \in \Gamma$. Na gruncie logik modalnych relację konsekwencji definiuje się na co najmniej dwa nierównoważne sposoby. W ten sposób zdefiniowaną relację konsekwencji nazywa się konsekwencją lokalną (lub wynikaniem lokalnym). Odpowiada jej relacja dowiedlności typu: $\Gamma \vdash \alpha$ wtw $\vdash \wedge\Delta \rightarrow \alpha$, dla pewnego skończonego $\Delta \subseteq \Gamma$ (gdzie $\wedge\Delta$ oznacza koniunkcję formuł tworzących zbiór Δ). Dla tak zdefiniowanej konsekwencji (bez dodatkowych założeń) $p \nvDash Bp$. Niezależnie można wprowadzić tak zwaną globalną relację konsekwencji (zob. w tej kwestii np. Blackburn, DeRijke, Vanema 2001, s. 31-32). Ograniczam się tu tylko do lokalnej relacji konsekwencji.

[13] Nakładając na relacje dostępności R_a stosowne warunki, możemy zmniejszyć klasę modeli i w rezultacie wzmocnić prezentowaną logikę. W szczególności możemy przyjąć, że rozważane podmioty są introspekcyjne, tj. posiadają zdolności autodiagnostyczne: ilekroć ktoś jest o czymś przekonany, tylekroć jest przekonany, że żywi owo przekonanie (introspekcja pozytywna) i ilekroć ktoś nie jest o czymś przekonany, tylekroć jest przekonany, że nie żywi owego przekonania (introspekcja negatywna). Na relacje R_a nakłada się wówczas, odpowiednio, warunki przechodniości i euklidesowości.

- Nie obowiązuje zasada *Ex contradictione sequitur quodlibet*, tj. $\{\alpha, \neg\alpha\} \nvDash \beta$.

Fakty drugi, trzeci i czwarty mają uzasadnienie w sposobie rozumienia implikacji (a w przypadku twierdzenia czwartego również w tym, że korzystamy z relacji wynikania lokalnego).[14] Fakt ostatni ma uzasadnienie w przyjętych regułach wartościowania oraz tym, że wartość b jest wyróżniona (czyli $b \in D$).

Jak wspomniano wyżej, głównym motywem konstrukcji logik parakonsystentnych było ominięcie pułapki zastawionej przez logikę klasyczną (i intuicjonistyczną), polegającej na trywializacji sprzecznych teorii. Podważa się więc równość: sprzeczność = trywialność. W rezultacie odrzuca się zasadę *Ex contradictione sequitur quodlibet*. Rezygnacja z owej zasady otwiera dwie możliwości:

T.1. Niektóre sprzeczności nie prowadzą do trywializacji.
T.2. Żadna sprzeczność nie prowadzi do trywializacji.

Ponieważ T.2 implikuje T.1, więc jest silniejsza. Logika respektująca T.2 w pewnym sensie przypomina logikę klasyczną (i intuicjonistyczną). W obu logikach wszystkie sprzeczności uzyskują bowiem taki sam status. Podczas gdy na gruncie logiki klasycznej wszystkie sprzeczności są równie szkodliwe (prowadząc do trywializacji, pozbawiają oparty na niej system praktycznego znaczenia), na gruncie logiki respektującej T.2 wszystkie sprzeczności są równie nieszkodliwe (Tworak 2009, s. 205-206).[15]

Niech α i β będą dowolnymi niemodalnymi formułami (tj. takimi, że nie występuje w nich żaden funktor przekonań). Dodatkowo przyjmijmy, iż β jest formułą nietautologiczną i irrelewantną względem α (w tym sensie, że

[14] Nie będą one zachodzić, jeżeli implikację $\alpha \rightarrow \beta$ zdefiniujemy jako $\neg\alpha \vee \beta$.

[15] Liberalizacja w sensie T.2 może wzbudzać wątpliwości, gdyż prowadzi do nadmiernej uległości wobec sprzeczności. Wśród logików parakonsystentnych dominuje przekonanie, że istnieją sprzeczności, z których istnieniem trzeba się pogodzić (nieuchronne lub dialetyczne) i które nie prowadzą do trywializacji, oraz istnieją sprzeczności, które należy wyeliminować (przygodne, spowodowane np. błędem poznawczym) i które jako takie prowadzą do trywializacji. Pojawia się tu jednak kłopot z kryterium pozwalającym odróżnić jedne od drugich. Nie wydaje się to jednak zadaniem logiki. Na gruncie tzw. logik formalnej sprzeczności (**LFI**) wprowadza się specjalny operator $\circ$ (tzw. *consistency operator*) w celu odseparowania sprzeczności trywializujących od sprzeczności nietrywializujących. Wyrażenie $\circ\alpha$ można odczytywać np. α zachowuje się niesprzecznie (lub α jest zgodna). W logikach tych generalnie relacja konsekwencji nie jest eksplozyjna, chociaż zastrzega się, że jeśli „bazą" sprzeczności jest jakaś „dobrze" zachowująca się formuła, to taka sprzeczność prowadzi do trywializacji (zob. np. Carnielli. Coniglio Marcos 2007; Ciuciura 2018, s. 137-143).

nie ma z α żadnych wspólnych zmiennych). Wówczas można pokazać, że $\{B\alpha, B\neg\alpha\} \nvDash B\beta$.[16] Twierdzenie to jest bliskie tezie T.2.

Sprzeczność można pojmować bądź jako parę złożoną ze zdania i jego negacji (tzw. sprzeczność słaba) lub jako koniunkcję zdania i jego negacji (tzw. sprzeczność mocna). Niektórzy autorzy, np. J. Williams (1982) argumentują, iż można być sprzecznym w sensie słabym, tj. przekonanym, że α i niezależnie być przekonanym, że nie-α, ale nie w sensie mocnym, tj. żywić przekonanie, że zarazem α i nie-α. W niniejszej logice, jeżeli podmiot jest sprzeczny w sensie słabym, to jest też sprzeczny w sensie mocnym (gdyż zachowuje ona postulat $B\alpha \wedge B\beta \rightarrow B(\alpha \wedge \beta)$). Unieważnienie tej zależności wymagałoby przejścia do jakieś logiki „poniżej” **K**.

Parakonsystentna logika publicznych oznajmień

Podejście prezentowane w poprzednim paragrafie miało charakter statyczny. Opisywało przekonania podmiotu w pewnym określonym stanie informacyjnym. Nie uwzględniało zmian przekonań dokonujących się w obliczu pozyskania nowej informacji. W niniejszym paragrafie opisane zostaną stany przekonaniowe jako układy dynamiczne. Do języka $\mathbf{DLP}^{\rightarrow}$ dodany zostanie dynamiczny funktor modalny reprezentujący upublicznienie prawdziwej informacji.[17]

Język logiki $\mathbf{DLP}^{\rightarrow}$ rozszerzamy następująco:

$$\alpha := p\ (\in At) \mid \alpha_1 \otimes \alpha_2 \mid \neg\alpha \mid B\alpha \mid [\alpha_1]\alpha_2.$$

Wyrażenie $[\alpha]\beta$ możemy odczytywać: po upublicznieniu (pozyskaniu) informacji α będzie tak, że β (alternatywnie: po zakomunikowaniu α zajdzie β). W szczególności wyrażenie $[\alpha]B\beta$ znaczy: po upublicznieniu informacji α podmiot jest przekonany, że β. Można powiedzieć, że formuła $[\alpha]B\beta$ opisuje proces budowy stanu przekonaniowego danego podmiotu jako wynik jego aktualizacji na podstawie pozyskania przez niego pewnej dodatkowej prawdziwej informacji. Na przykład formuła $\neg B\alpha \wedge [\beta]B\alpha$ stanowi, że pod-

[16] Nietrudny dowód tego faktu pozostawiam czytelnikowi jako uogólnienie przykładu 1.

[17] Upublicznienie informacji rozumie się jako akcję powodującą efekty o epistemicznym charakterze. Traktuje się ją jako pozyskanie przez podmioty określonej (prawdziwej) informacji. W zasadzie może ona mieć różny charakter: oznajmienia, obserwacji, itp. Logikę publicznych oznajmień zalicza się do logik modalnych (jest ona kombinacją logiki epistemicznej/doksastycznej i logiki dynamicznej). Wiąże ona zmiany stanów epistemicznych podmiotów z pozyskiwaniem nowych informacji, przy czym robi to z perspektywy komunikacyjnej. Dobre jej omówienie można znaleźć np. w monografii van Ditmarsch, van der Hoek, Kooi 2007. Inne ujęcie tej logiki — nieoparte na modelach Kripkego — zaproponowali J. Gerbrandy i W. Groeneveld (Gerbrandy, Groeneveld 1977). W prezentacji omawianej tu logiki korzystam z artykułu Girard, Tanaka 2016.

miot aktualnie nie jest przekonany, że α, lecz po upublicznieniu β będzie on przekonany, że α. Pierwszy jej czynnik opisuje przekonania podmiotu sprzed pozyskania dodatkowej informacji, drugi — jego przekonania po uzyskaniu owej informacji. Tak więc język rozważanej logiki pozwala opisywać, co ma miejsce przed i po upublicznieniu pewnej informacji (rzecz jasna chodzi tu o zmiany stanów informacyjnych podmiotu, a nie zmiany w świecie zewnętrznym). Dualnym do funktora [.] jest funktor $\langle . \rangle$, który definiujemy w zwykły sposób: $\langle\alpha\rangle\beta := \neg[\alpha]\neg\beta$. Formułę $\langle\alpha\rangle\beta$ można odczytywać następująco: α jest prawdziwe i po upublicznieniu α będzie tak, że β. Warto zaznaczyć, że proponowana tu analiza dotyczy sytuacji uproszczonych: (1) źródło informacji jest nieokreślone (odpersonalizowane) i nieomylne (zawsze prawdomówne), (2) podmiot jest łatwowierny (traktuje źródło informacji z dziecięcą ufnością).

Z semantycznego punktu widzenia upublicznienie informacji polega na przejściu od modelu wyjściowego, reprezentującego przekonania podmiotu *przed* pozyskaniem owej informacji, do pewnego jego podmodelu, który reprezentuje przekonania podmiotu *po* jej pozyskaniu. Z modelu wyjściowego zostają usunięte wszystkie światy, w których upubliczniona informacja jest tylko fałszywa (przypomnijmy źródło informacji traktuje się tu jako prawdomówne). Funktor $[\alpha]$ wyrażający upublicznienie α można przedstawić sobie jako pewnego rodzaju *transformatę* stanów informacyjnych — z modelu wyjściowego eliminuje ona pewne możliwości. Dokonując oceny $[\alpha]\beta$ nie odwołujemy się więc do innych światów w danym modelu, lecz w pewnym sensie bierzemy pod uwagę nowy model.

Niech $M = \langle W, R, v\rangle$ będzie modelem doksastycznym. Przez *relatywizację modelu M do formuły* α rozumiemy jego podmodel $M|\alpha = \langle W^\alpha, R^\alpha, v^\alpha\rangle$, w którym $W^\alpha = \|\alpha\|_M$ jest zbiorem α-światów, $R^\alpha = \{\langle w, u\rangle: w, u \in W^\alpha \text{ i } wRu\}$, zaś $v^\alpha: At \times W^\alpha \rightarrow \{f, b, t\}$ jest funkcją taką, że $v^\alpha(p, w) = v(p, w)$, dla dowolnych $p \in At$ i $w \in W^\alpha$.[18] $R^\alpha(w)$ oznacza w tym przypadku zbiór α-światów dostępnych ze świata w. Funkcję v rozszerzamy w zwykły sposób na wszystkie formuły rozważanego języka. Warunki prawdziwości dla formuł z funktorami [.] i $\langle . \rangle$ przyjmują następującą postać:

$$\text{(g) } V([\alpha]\beta, w) = \begin{cases} V^\alpha(\beta, w), \text{ jeśli } V(\alpha, w) \in D \\ t, \text{ w przeciwnym przypadku;} \end{cases}$$

$$\text{(h) } V(\langle\alpha\rangle\beta, w) = \begin{cases} V^\alpha(\beta, w), \text{ jeśli } V(\alpha, w) \in D \\ f, \text{ w przeciwnym przypadku.} \end{cases}$$

[18] Czyli R^α jest obcięciem R do α-światów, a v^α jest obcięciem v do α-światów, tj. $v^\alpha = v|At \times W^\alpha$.

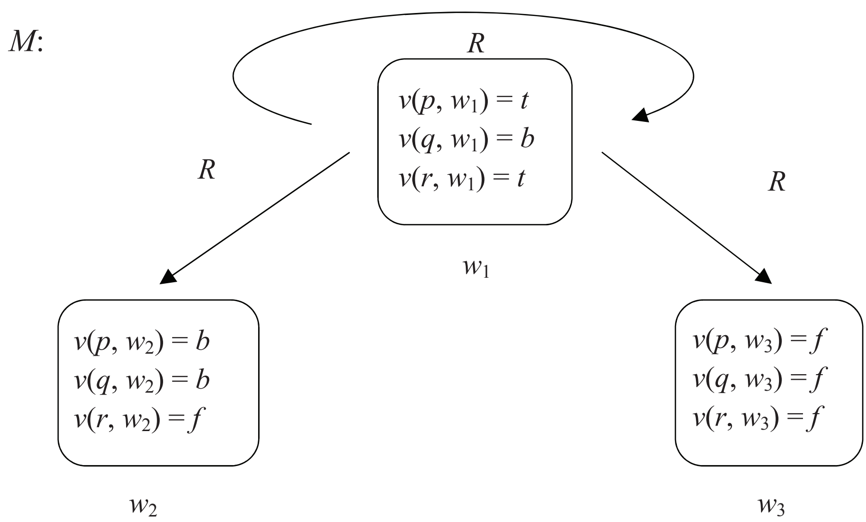
Warunki owe możemy opisać za pomocą następujących tabelek (wartość α znajduje się w linii pionowej, wartość β w linii poziomej, a wartość $[\alpha]\beta$ i $\langle\alpha\rangle\beta$ na przecięciu obu linii):

$[\alpha]\beta$	t	b	f
t	t	b	f
b	t	b	f
f	t	t	t

$\langle\alpha\rangle\beta$	t	b	f
t	t	b	f
b	t	b	f
f	f	f	f

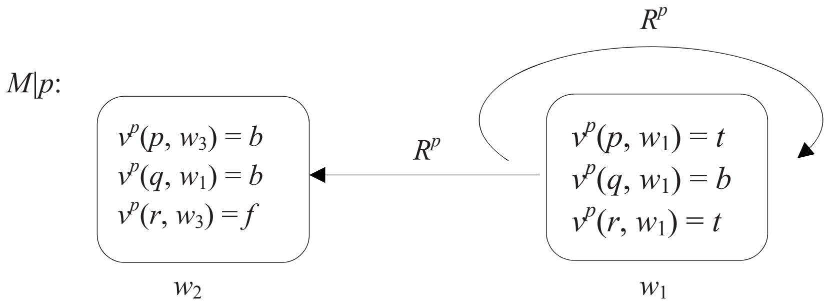
Zauważmy, że jeśli β ma postać $B\gamma$, to $V([\alpha]\beta, w) \in \{f, t\}$. Czyli upublicznienia mające efekty doksastyczne są albo tylko prawdziwe, albo tylko fałszywe.

P r z y k ł a d 2.
Rozważmy następujący model:



Ryc. 2. Model wyjściowy.

Model M reprezentuje wyjściowy stan przekonań podmiotu. Mamy: $(M, w_1) \vDash B(p \vee \neg p)$.[19] Zależność ta stanowi, że podmiot w w_1 nie ma wyrobionego zdania na temat statusu p.[20] Ponadto $(M, w_1) \vDash B\neg q$, gdyż dla każdego świata $x \in R(w_1)$, $V(\neg q, x) \in D$. Zarazem $(M, w_1) \vDash \neg Bq$, gdyż istnieje świat $x \in R(w_1)$ taki, że $V(q, x) = f$ (a mianowicie w_3). Czyli podmiot w w_1 jest przekonany tylko, że nie-q. Łatwo też można sprawdzić, że również w przypadku r podmiot nie ma wyrobionego zdania: nie jest przekonany, że r i nie jest przekonany, że nie-r. Transformację modelu M ze względu na upublicznienie p ilustruje poniższy rysunek:



Ryc. 3. Transformacja modelu wyjściowego ze względu na upublicznienie p.

Świat w_3 zostaje wyeliminowany, gdyż $v(p, w_3) = f$. W tym nowym modelu mamy: $(M|p, w_1) \vDash Bq$ i $(M|p, w_1) \vDash B\neg q$, gdyż dla każdego $x \in R^p(w_1)$, $V^p(q, w_1) \in D$ i $V^p(\neg q, w_1) \in D$, a stąd $V^p(Bq, w_1) = V^p(B\neg q, w_1) = t$. W rezultacie $V([p]Bq, w_1) = t$ oraz $V([p]B\neg q, w_1) = t$, a stąd $(M, w_1) \vDash [p]Bq$ i $(M, w_1) \vDash [p]B\neg q$.[21] Wynikiem upublicznienia p jest aktualizacja stanu przekonań podmiotu — rozszerza go o q, nie eliminując z niego nie-q. Natomiast status r nie ulega zmianie: podmiot nadal nie jest przekonany, że r (czyli $(M, w_1) \vDash [p]\neg Br$) i nie jest przekonany, że nie-r (czyli $(M, w_1) \vDash [p]\neg B\neg r$).

Zmieńmy nieco model wyjściowy i przyjmijmy, że $v(q, w_3) = t$. Wówczas dla każdego $x \in R(w_1)$, $V(q, x) \in D$, co pociąga, że $(M, w_1) \vDash Bq$, tj. w w_1 podmiot jest przekonany, że q. ■

Inaczej niż w „klasycznej" logice publicznych oznajmień, upublicznienie α nie eliminuje wszystkich światów, w których zachodzi $\neg\alpha$.[22] Wyklucza jedy-

[19] Przypomnijmy, $(M, w) \vDash \alpha$ wtw $V(\alpha, w) \in D$.

[20] Formuła $B(p \vee \neg p)$ jest bowiem równoważna formule $B((p \wedge {\sim}\neg p) \vee (\neg p \wedge {\sim}p) \vee (p \wedge \neg p))$.

[21] Generalnie, $V([\alpha]B\beta, w) = t$ wtw dla każdego świata x, który jest R^α-osiągalny z w w modelu $M|\alpha$, $V^\alpha(\beta, x) \in D$, pod warunkiem jednak, że $V(\alpha, w) \in D$, czyli α jest prawdziwe w świecie w modelu wyjściowego M.

[22] Gdy α jest paradoksalne, zachodzi wówczas α i $\neg\alpha$.

nie światy, w których α nie zachodzi, czyli zachodzi $\sim\alpha$ (gdzie $\sim$ jest negacją klasyczną). Aby w ogóle wykluczyć ($\neg\alpha$)-światy, trzeba upublicznić $\sim\neg\alpha$. Spowoduje to, że pozostaną jedynie takie światy $x \in W_M$, dla których $V(\sim\neg\alpha, x) = t$. W przykładzie powyżej po oznajmieniu $\sim\neg p$ przetrwa jedynie świat w_1. W efekcie $(M, w_1) \vDash [\sim\neg p]Bq$ oraz $(M, w_1) \vDash [\sim\neg p]B\neg q$, a także $(M, w_1) \vDash [\sim\neg p]Br$. Następujące formuły są równoważne: $\langle\alpha\rangle\beta$, $[\sim\neg\alpha]\beta$, $\sim\neg\alpha \land \langle\alpha\rangle\beta$ i $\sim\neg\alpha \land [\alpha]\beta$.[23]

Można udowodnić, że $[\alpha]B\beta$ jest równoważne z $\alpha \rightarrow B[\alpha]\beta$, czyli $\vDash [\alpha]B\beta \equiv (\alpha \rightarrow B[\alpha]\beta)$. W pewnym sensie równoważność ta (tzw. aksjomat B-redukcji) wskazuje, czego podmiot może się dowiedzieć, śledząc upubliczniane informacje. Sens jej można bowiem wyrazić za pomocą następujących implikacji: (1) jeżeli podmiot po upublicznieniu α doszedł do przekonania, że β, to musiał być przekonany, że po upublicznieniu α będzie tak, że β, czyli spodziewał się on dowiedzieć, że β w przypadku upublicznienia α (o ile α jest prawdziwe), (2) jeżeli podmiot spodziewał się dowiedzieć, że β w przypadku upublicznienia α (o ile α jest prawdziwe), to po upublicznieniu α dojdzie do przekonania, że β.

D o w ó d

Dla dowodu załóżmy, że $V(\alpha, w) \in D$.[24] Dalej rozumujemy następująco:

$V([\alpha]B\beta, w) = t$ wtw $V^\alpha(B\beta, w) = t$[25]
wtw dla każdego $x \in R^\alpha(w)$, $V^\alpha(\beta, x) \in D$
wtw dla każdego $x \in W$, jeżeli wRx i $x \in \|\alpha\|_M$, to $V^\alpha(\beta, x) \in D$
wtw dla każdego $x \in W$, jeżeli wRx, to jeśli $x \in \|\alpha\|_M$, to $V^\alpha(\beta, x) \in D$
wtw dla każdego $x \in R(w)$, $V([\alpha]\beta, x) \in D$ (na mocy warunku (g))[26]
wtw $V(B[\alpha]\beta, w) = t$
wtw $V(\alpha \rightarrow B[\alpha]\beta, w) = t$ (wobec założenia dowodu).

Ponieważ $[\alpha]\beta$ jest równoważne z $\alpha \rightarrow [\alpha]\beta$, więc zachodzi też równoważność $[\alpha]B\beta$ i $\alpha \rightarrow B(\alpha \rightarrow [\alpha]\beta)$. ■

Można też łatwo udowodnić inne aksjomaty redukcji:

---

[23] Ma to związek z tym, że implikacja $\rightarrow$ nie jest definiowalna za pomocą $\land$ i $\neg$.

[24] Gdy $V(\alpha, w) = f$ (czyli $V(\alpha, w) \notin D$), wówczas z warunku prawdziwości dla $\rightarrow$ mamy, że $V(\alpha \rightarrow B[\alpha]\beta, w) = t = V([\alpha]B\beta, w)$.

[25] Przypomnimy, że formuły postaci $[\alpha]B\beta$ przyjmują wartość t bądź f (są dwuwartościowe).

[26] Przypomnijmy, warunek (g) stanowi, że jeżeli $V(\alpha, x) \in D$ (czyli $x \in \|\alpha\|_M$), to $V([\alpha]\beta, x) = V^\alpha(\beta, x)$. Jeśli więc $V^\alpha(\beta, x) \in D$, to również $V([\alpha]\beta, x) \in D$.

$[\alpha]p \equiv (\alpha \rightarrow p)$, (*p*-redukcja)
$[\alpha](\beta \wedge \gamma) \equiv [\alpha]\beta \wedge [\alpha]\gamma$ ($\wedge$-redukcja)
$[\alpha]\neg\beta \equiv (\alpha \rightarrow \neg[\alpha]\beta)$ ($\neg$-redukcja)
$[\alpha][\beta]\gamma \equiv [\alpha \wedge [\alpha]\beta]\gamma$ ([.]-złożenie)

Redukują one formuły zawierające funktor [.] do formuł zwykłej logiki doksastycznej (bez publicznych oznajmień).[27] W szczególności, korzystając z aksjomatów redukcji, można udowodnić, że każdy fakt atomowy po upublicznieniu staje się przedmiotem przekonań podmiotu, tj. $\vDash[p]Bp$. Nie zachodzi to jednak dla dowolnych formuł, tj. $\nvDash[\alpha]B\alpha$. Na przykład po podstawieniu za zmienną p zdania Moore'a $p \wedge \neg Bp$ nie otrzymamy w rezultacie tautologii.[28]

Na mocy aksjomatu $\neg$-redukcji mamy: $[\alpha]\neg B\beta \equiv (\alpha \rightarrow \neg[\alpha]B\beta)$, czyli po upublicznieniu α podmiot nie jest przekonany, że β wtw nie jest tak, iż po upublicznieniu α podmiot nabędzie przekonania, że β, o ile α jest prawdziwe. Aksjomat [.]-złożenia pokazuje, w jaki sposób w sekwencji dwóch upublicznień drugie z nich można sprowadzić do efektu pierwszego. Formuła $[\alpha][\beta]\gamma$ redukuje się również do $[\alpha \wedge \beta]\gamma$.

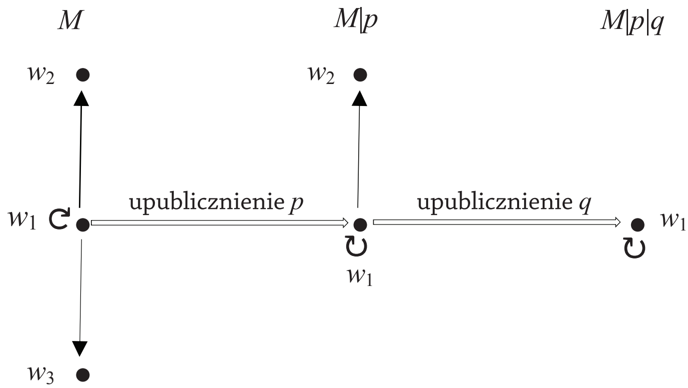
Przykład 3

Rozważmy model $M = \langle W, R, v\rangle$, w którym $W = \{w_1, w_2, w_3\}$, $R = \{\langle w_1, w_1\rangle, \langle w_1, w_2\rangle, \langle w_1, w_3\rangle\}$, zaś funkcję v określają warunki: $v(p, w_1) = v(p, w_2) = t$, $v(p, w_3) = f$, $v(q, w_1) = v(q, w_3) = t$, $v(q, w_2) = f$, $v(r, w_1) = b$, $v(r, w_2) = t$, $v(r, w_3) = f$. Upublicznienie p powoduje transformację tego modelu do $M|p = \langle W^p, R^p, v^p\rangle$, w którym $W^p = \|p\|_M = \{w_1, w_2\}$, $R^p = \{\langle w_1, w_1\rangle, \langle w_1, w_2\rangle\}$, zaś funkcja v^p naśladuje funkcję v w zakresie światów w_1 i w_2. W tej sytuacji podmiot w w_1 jest tylko przekonany, że r, tj. $(M, w_1) \vDash [p]Br$ oraz $(M, w_1) \nvDash [p]B\neg r$ (gdyż w w_1 i w_2 zmienna r przyjmuje wartość t). Nowe oznajmienie, a mianowicie wygłoszenie q, spowoduje kolejną aktualizację przekonań podmiotu, której odpowiada transformacja modelu $M|p$ do modelu $M|p|q = \langle W^{p|q}, R^{p|q}, v^{p|q}\rangle$, w którym $W^{p|q} = \|q\|_{M|p} = \{w_1\}$, $R^{p|q} = \{\langle w_1, w_1\rangle\}$, zaś funkcja $v^{p|q}$ naśladuje

[27] A zatem dodanie dynamicznego funktora [.] nie zwiększa mocy wyrażeniowej logiki w tym sensie, że nic nowego nie może być w niej wyrażone. Pozwala natomiast w zwięźlejszy i bardziej intuicyjny sposób opisać pewne zjawiska.

[28] Niech $M = \langle W, R, v\rangle$ będzie modelem takim, że $W = \{w_1, w_2\}$, $R = \{\langle w_1, w_1\rangle, \langle w_1, w_2\rangle\}$, $v(p, w_1) = t$, zaś $v(p, w_2) = f$. Zdanie Moore'a oznaczmy przez m. Łatwo sprawdzić, że $(M, w_1) \vDash m$, gdyż $V(m, w_1) = t$, ale w podmodelu $M|m = \langle M^m, R^m, v^m\rangle$ mamy: $V^m(Bp, w_1) = t$, co pociąga, że $V^m(m, w_1) = f$ i w rezultacie $(M|m, w_1) \nvDash m$ (zauważmy, że $W^m = \{w_1\}$ oraz $R^m = \{\langle w_1, w_1\rangle\}$). Stąd $V([m]m, w_1) = f$, czyli $(M, w_1) \nvDash [m]m$. Znaczy to, że w ogólnym przypadku upublicznienie informacji nie zawsze jest uwieńczone powodzeniem w tym sensie, iż nie gwarantuje prawdziwości: czasami upubliczniane zdanie pozostaje prawdziwe, czasem zaś staje się fałszywe (zwłaszcza gdy zawiera funktor przekonań).

funkcję v^p w zakresie świata w_1. Transformację modelu M po sekwencji upublicznień przedstawia rycina 4:



Ryc. 4. Transformacje modelu wyjściowego po sekwencji upublicznień.

W tej nowej sytuacji r staje się dla podmiotu doksastycznie sprzeczne, czyli podmiot w w_1 jest zarazem przekonany, że r i jest przekonany, że nie-r, tj. $(M, w_1) \vDash [p][q]Br$, a także $(M, w_1) \vDash [p][q]B\neg r$ (gdyż w w_1 zmienna r przyjmuje wartość b). Nietrudno sprawdzić, że model $M|p \wedge [p]q$ nie różni się od modelu $M|p|q$ (wystarczy zauważyć, że $W^{[p]q} = \{x \in W\colon V([p]q, x) \in D\} = \{w_1\}$). ■

Można ponadto pokazać, że zachodzi zależność: $\langle\alpha\rangle\beta \rightarrow [\alpha]\beta$.

Okoliczność, w której źródło informacji cechuje nieomylność, wydaje się odosobniona. Bardziej typowa jest sytuacja, w której jest ono omylne (podmiot jednak dalej traktuje je z pełną ufnością). Tego rodzaju upublicznienie oznaczmy przez $[\uparrow.]$. Z metaperspektywy nie ma wówczas powodu usuwania z modelu wyjściowego światów, w których upubliczniana informacja jest fałszywa i tylko fałszywa. Skoro jednak podmiot łatwowiernie akceptuje wszystko, co źródło komunikuje, należy odpowiednio ograniczyć relację osiągalności — ograniczona zostanie jej przeciwdziedzina do światów, w których upubliczniana informacja jest prawdziwa (tj. tylko prawdziwa lub paradoksalna). Niech więc $M = \langle W, R, v\rangle$ będzie dowolnym modelem doksastycznym. Przez jego relatywizację do formuły α rozumiemy obecnie układ $M|\alpha = \langle W^\alpha, R^\alpha, v^\alpha\rangle$, w którym $W^\alpha = W$, $R^\alpha = \{\langle w, u\rangle\colon wRu \text{ i } u \in \|\alpha\|_M\}$ oraz $v^\alpha = v$. Warunek prawdziwości dla formuł z funktorem $[\uparrow.]$ przyjmuje następującą postać:

$$\text{(i) } V([\uparrow\alpha]\beta, w) = V^\alpha(\beta, w).$$

Łatwo zauważyć, że jeśli β ma postać $B\gamma$, to $V([\uparrow\alpha]\beta, w) \in \{f, t\}$. Tym razem zachodzi równoważność $[\uparrow\alpha]B\beta$ i $B(\alpha \rightarrow [\uparrow\alpha]\beta)$ (gdyż α nie musi być prawdziwe w świecie bazowym).

D o w ó d

$V([\uparrow\alpha]B\beta, w) = t$ wtw $V^{\alpha}(B\beta, w) = t$

wtw dla każdego $x \in R^{\alpha}(w)$, $V^{\alpha}(\beta, x) \in D$

wtw dla każdego $x \in R^{\alpha}(w)$, to $V([\uparrow\alpha]\beta, x) \in D$

wtw dla każdego $x \in W$, jeżeli wRx i $x \in \|\alpha\|_M$, to $V([\uparrow\alpha]\beta, x) \in D$

wtw dla każdego $x \in W$, jeżeli wRx i $V(\alpha, x) \in D$, to $V([\uparrow\alpha]\beta, x) \in D$

wtw dla każdego $x \in R(w)$, $V(\alpha \rightarrow [\uparrow\alpha]\beta, x) \in D$

wtw $V(B(\alpha \rightarrow [\uparrow\alpha]\beta), w) = t$. ■

D y g r e s j a

Wersję bardziej interesującą otrzymamy, gdy relację osiągalności R zastąpimy funkcją przyporządkowującą każdemu światu $w \in W$ relację r e l a t y w n e j w i a r y g o d n o ś c i $\leq_w \subseteq W \times W$ będącą quasi-porządkiem, spełniającym dodatkowo warunki mocnej spójności (tj. $\forall x, y \in W\ (x \leq_w y \lor y \leq_w x)$) i dobrego ufundowania (tj. każdy niepusty podzbiór zbioru W ma elementy $(\leq_w)$-minimalne). Wzór $x \leq_w y$ można odczytywać: x jest dla podmiotu co najmniej tak wiarygodny (preferowany) jak y ze względu na dany świat bazowy w. Uzyskana w ten sposób logika stanowi połączenie logiki publicznych oznajmień z logiką przekonań warunkowych. Omawia ją np. J. van Benthem (2007; 2011 rozdz. 7.5 i 7.6.). Przez przekonania warunkowe rozumiemy formułę postaci $B(\alpha \mid \beta)$ sprzęgającą przekonanie, że α z pozyskaniem przez podmiot informacji, że β. Można ją odczytywać: po uzyskaniu informacji, że β, podmiot dojdzie do przekonania, że α.[29] Oto jej warunek prawdziwości:

$V(B(\alpha \mid \beta), w) = t$ wtw $V(\alpha, x) \in D$, dla każdego x, który jest $(\leq_w)$-minimalny w zbiorze β-światów tj. zbiorze $\|\beta\|_M = \{u \in W_M\colon V(\beta, u) \in D\}$.

W przeciwnym przypadku, $V(B(\alpha \mid \beta), w) = f$. Przekonania *simpliciter*, tworzące wyjściowy zbiór (korpus) przekonań, stanowią szczególny przypadek przekonań warunkowych: gdy $\beta = \top$ (gdzie $\top$ oznacza dowolną prawdę logiczną). Tak więc

$V(B\alpha, w) = t$ wtw $V(\alpha, x) \in D$, dla każdego x, który jest $(\leq_w)$-minimalny w zbiorze W.

[29] Na pierwszy rzut oka formuły $[\beta]B\alpha$ i $B(\alpha \mid \beta)$ wydają się wyrażać to samo. Spostrzeżenie to jest tylko częściowo trafne. Formuła $B(\alpha \mid \beta)$ dotyczy hipotetycznej sytuacji sprzed pozyskania informacji (tj. dyspozycji podmiotu do uznania α w oparciu o wiadomość β: podmiot *byłby* przekonany, że α, *gdyby* dowiedział się, że β. Natomiast formuła $[\beta]B\alpha$ dotyczy sytuacji wytworzonych po uzyskaniu przez podmiot informacji: po dowiedzeniu się, że β podmiot *jest* przekonany, że α. Są one ekwiwalentne tylko, jeśli β jest globalnie prawdziwą niemodalną formułą.

W tej nowej logice: (a) $[\alpha]B\beta$ jest równoważna z $\alpha \rightarrow B([\alpha]\beta|\alpha)$, (b) $[\alpha]B(\beta|\gamma)$ jest równoważna z $\alpha \rightarrow B([\alpha]\beta\,|(\alpha \wedge [\alpha]\gamma))$. Szersze ujęcie tej logiki w kontekście teorii zmian przekonań (zwłaszcza ich rewizji) przedstawiają P. Girard i K. Tanaka 2016. ■

Zakończenie

Zwolennicy najbardziej radykalnej orientacji parakonsystentnej — tj. dialetyzmu — twierdzą, że istnieją (wersja silna) lub mogą istnieć (wersja słaba) prawdziwe sprzeczności. W niniejszym artykule opowiadam się za słabszym podejściem, według którego można w sposób racjonalny utrzymywać, że są prawdziwe sprzeczności (tj. w sposób nietrywialny można być przekonanym, że α i zarazem nie-α). W tym celu została przedstawiona pewna parakonststentna logika doksastyczna, zarówno w ujęciu statycznym, jak i w ujęciu dynamicznym. Obie logiki oparte są na logice paradoksu wzbogaconej o tzw. implikację Jaśkowskiego ($\mathbf{LP}^{\rightarrow}$). Mogą być one przydatne w modelowaniu bardziej realistycznych sytuacji — gdy podmiot kształtuje swój stan przekonaniowy na podstawie docierających do niego sprzecznych informacji.

Bibliografia

Arieli O., Avron A., Zamansky A. 2011, *Ideal Paraconsistent Logics*, "Studia Logica" 99, s. 31-60.

Asenjo F.G., Tamburino J. 1975, *Logic of Antinomies*, "Notre Dame Journal of Formal Logic" 16, s. 17-45.

Avron A. 1986, *On An Implication Connective of RM*, "Notre Dame Journal of Formal Logic" 27, s. 201-209.

Avron A. 1991, *Natural 3-valued logics — characterization and proof theory*, "The Journal of Symbolic Logic" 56(1), s. 276–294.

Blackburn P., DeRijke M., Vanema Y. 2001, *Modal Logic*, Cambridge University Press, Cambridge.

Carnielli W., Coniglio M.E., Marcos J. 2007, *Logics od Formal Inconsistency*, [w:] D. M. Gabbay, F. Guenthner (eds.), *Handbook of Philosophical Logic*, Vol. 14, Springer, Dordrecht, s. 1-93.

Ciuciura J. 2018, *Hierarchie systemów logiki parakonsystentnej*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.

Da Costa N., French S. 1989, *On the Logic of Belief*, "Philosophy and Phenomenological Research" 46(3), s. 431-446.

D'Ottaviano I. M. L, da Costa N. 1970, *Sur un problème de Jaśkowski*, « Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris », 270, s. 1349-1353.

Gerbrandy J., Groeneveld W. 1997, *Reasoning about information change*, “Journal of Logic, Language and Information” 6, 2, s. 147-169.
Girard P., Tanaka K. 2016, *Paraconsistent dynamics*, “Synthese” 193(1), s. 1-14.
Habermas J. 1997, *Pojęcie racjonalności komunikacyjnej w świetle teorii aktów mowy*, [w:] T. Buksiński (red.), *Rozumność i racjonalność*, Wydawnictwo Naukowe IF UAM, Poznań 1997, s. 51-77.
Koons R. C. 1992, *Paradoxes of belief and strategic rationality*, Cambridge University Press, Cambridge.
Plaza J. 2007, *Logics of public communications*, “Synthese” 158(2), s. 165 -179.
Poczobut R. 1999, *Sprzeczności doksastyczne a zagadnienie racjonalności przekonań*, „Filozofia Nauki”, 3-4, s. 61-84.
Priest G. 1979, *Logic of Paradox*, “Journal of Philosophical Logic” 8, s. 219-241.
Tuziak R. 2019, *Logika sprzeczności*. *Uwagi o logice parakonsystentnej*, Oficyna Wydawnicza ATUT, Wrocław.
Tworak Z. 2009, *Współczesne teorie prawdy*, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań.
Tworak Z. 2018, *Informacja, wiedza, logika*, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań.
van Benthem J. 2007, *Dynamic Logic for Belief Revision*, “Journal of Applied Non-Classical Logics” 17, s. 1-27.
van Benthem J. 2011, *Logical Dynamics of Information and Interaction*, Cambridge University Press.
van Ditmarsch H., van der Hoek W., Kooi B. 2007, *Dynamic Epistemic Logic*, “Synthese Library” vol. 337 Springer, Dordrecht.
van der Hoek W., Meyer J.-J. C. 1989, *Possible logics for belief*, “Logique et Analyse” 127-128, s. 177-194.
Williams J. 1982, *Believing the Self-contradictory*, “American Philosophical Quarterly” 19, 3, s. 279-285.

Zbigniew Tworak

Paraconsistent Doxastic Logic

Abstract

Both in everyday-life situation and in science, we often deal with inconsistent information. From one reliable source we learn a certain piece of information, while from another one we get some information that contradicts this. In classical logic representing inconsistent information cannot be done non-trivially. In this paper, I develop a three-valued paraconsistent doxastic logic, which is intended to model inconsistent information states. I present „static” and „dynamic” versions of the logic. The systems reflects the idea that having inconsistent beliefs does not imply believing everything.

Keywords: paraconsistent doxastic logic, versions of logic, inconsistent beliefs.