SYMBOLAE PHILOLOGORUM POSNANIENSIUM GRAECAE ET LATINAE XXXI/1 • 2021
pp. 347–363. ISSN 0302–7384, eISSN 2720-2305
DOI: 10.14746/sppgl.2021.XXXI.1.25

MARIAN A. WESOŁY

Akademia im. Jakuba z Paradyża w Gorzowie Wielkopolskim
ORCID: 0000-0002-5418-8913
e-mail: wesoly@amu.edu.pl

HIPPOKRATESA Z CHIOS KWADRATURA KSIĘŻYCZKÓW

πρῶτον δέ φασι τῶν ἀπορουμένων διαγραμμάτων
τὴν ἀπαγωγὴν ποιήσασθαι Ἱπποκράτην τὸν Χῖον, ὃς καὶ
μηνίσκον ἐτετραγώνισε καὶ ἄλλα πολλὰ κατὰ γεωμετρίαν
εὗρεν εὐφυὴς περὶ τὰ διαγράμματα εἴπερ τις ἄλλος γενόμενος.

Powiadają, że pierwszy stosował abdukcję skompliko-
wanych diagramów [geometrycznych] Hippokrates z Chios,
który skwadrował księżyczek i wiele innych dokonał odkryć
w geometrii, uzdolniony z zakresie diagramów, jak nikt inny.

Proklos, *In Eucl*. 213, 7

ὁ τοῦ κύκλου τετραγωνισμὸς εἴγε ἔστιν ἐπιστητόν,
ἐπιστήμη μὲν αὐτοῦ οὐκ ἔστιν οὐδέπω, αὐτὸ δὲ τὸ ἐπιστητὸν ἔστιν.

O kwadraturze koła jest przedmiot wiedzy,
wiedzy zaś o tym dotąd nie ma, choć sam przedmiot jest.

Arystoteles, *Cat*. 7b30

ABSTRACT. Wesoły A. Marian, *Hippokratesa z Chios kwadratura księżyczków* (Hippocrates of Chios and his Quadrature of Lunules).

I dedicate this article, in Memoriam, to Professor Sylwester Dworacki, my first guide in Greek texts, with whom I later had the distinguished privilege to frequently discuss diverse issues in philological exegesis. The little-known figure of Hippocrates of Chios has recently attracted strong interest of several scholars, though mainly by historians of mathematics. Aristotle mentioned critically his quadrature of the circle by means of segments or by means of lunules. Aristotle's commentator Simplicius, citing Eudemus of Rhodos, quoted a longer paraphrase of Hippocrates' arguments regarding the quadrature of the lunules. Appropriately selected parts from these arguments are given here in Greek, along with their faithful Polish translation. One should carefully understand the critical stance of Aristotle, who in his particular way understood quadrature as the finding of the geometrical mean and, therefore, accused Hippocrates of using false diagrams.

Keywords: Hippocrates of Chios; quadrature of the circle by means of lunules; diagrammatic notations; Polish translation

SPPGL 31(1), 2021: 347–363. © The Author(s), Adam Mickiewicz University Press, 2021.
Open Access article, distributed under the terms of the CC licence (BY, https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

WPROWADZENIE

Podane na wstępie motto streszcza w istocie to, co jest przedmiotem niniejszego artykułu[1]. Proklos w swym komentarzu *Do pierwszej księgi Elementów Euklidesa* (212, 24–213,11), objaśniając metodę abdukcji (ἀπαγωγή) stwierdził, że pierwszy stosował ją Hippokrates z Chios w analizie skomplikowanych diagramów, czyli wykresów figur geometrycznych. Oryginalne znaczenia tych wyrażeń technicznych w kontekście owej kwadratury księżyczków nie posiadają nowożytnych konotacji, stąd wymagać będą pewnego objaśnienia. Wpierw jednak przytoczmy inne dane źródłowe o naszym autorze, których zresztą jest niewiele.

Wspomniany Proklos (*In Eucl.* 66,4 = 42 A 1 DK), streszczając za Eudemosem z Rodos (fr. 133 Wehri) wczesny rozwój geometrii od Talesa do Platona i jego uczniów, podaje taką notkę: „Po nich [Anaksagorasie i Oinopidesie] Hippokrates z Chios, który wynalazł kwadraturę księżyczków, i Theodor z Kyreny, stali się sławni w geometrii. Ze wspomnianych Hippokrates był pierwszy, który napisał *Elementy* (Στοιχεῖα)".

O Hippokratesie z Chios, który żył w drugiej połowie V wieku p.n.e. niewiele zatem wiemy; mógł on być uczniem współrodaka i astronoma Oinopidesa (41 DK) i żyć współcześnie z równie wybitnym matematykiem, Teodorem z Kyreny (43 DK). To, że był autorem owych *Elementów*, które nie zachowały się, lecz mogły w pewien sposób poprzedzać słynne dzieła Euklidesa o tym samym tytule, nadaje Hippokratesowi szczególne znaczenie w dziejach greckiej geometrii[2].

Osobliwe zaś musiały być okoliczności, w jakich Hippokrates z Chios ujawnił się jako genialny matematyk. Arystoteles w *Etyce Eudemejskiej* (VIII 2 = 42 A 2 DK), w związku z pomyślnością przytrafiającą się w jednej dziedzinie, a w drugiej nie, podaje znamienny przykład Hippokratesa, który był bystry w geometrii, ale naiwny i lekkomyślny w interesach, przez co stracił wiele pieniędzy w podróży morskiej na rzecz poborców cła w Bizancjum.

Rzecz bliżej tłumaczy Filoponos w *Komentarzu do Fizyki* Arystotelesa (31, 3 = A 2 DK), że Hippokrates z Chios, będąc kupcem, stracił towar załadowany na statek korsarski i z powodu wytoczonego procesu przez dłuższy czas przebywał w Atenach w środowisku filozofów. Doszedł wtedy do tak wielkiej wprawy w geometrii, że podjął się wykrycia kwadratury koła. Stwierdza przy tym komentator: „Jednak on jej nie wykrył, kwadrując zaś księżyczek fałszywie z tego wniósł, że i koło kwadruje. Z kwadrowanego bowiem księżyczka wniósł, że i wywodzi się kwadraturę koła".

Filoponos powtórzył tu pogląd Arystotelesa, który jest naszym podstawowym świadectwem na temat ówczesnych prób kwadratury koła. Kwestie te stały

[1] Za lekturę tego tekstu i cenne uwagi merytoryczne dziękuję Pani Prof. Elżbiecie Wesołowskiej oraz Panu Prof. Sewerynowi Blandziemu.

[2] Zob. dane źródłowe wraz z literaturą przedmiotu: Fluentes González 2000: 762–770.

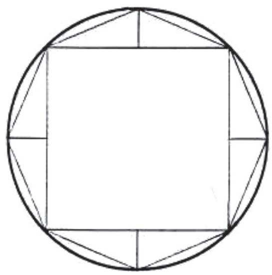
się wielkim wyzwaniem w intelektualnej atmosferze Aten czasów Sokratesa. Anaksagoras (59 A 38 DK = 25 P 26a LM), przebywając w ateńskim więzieniu, miał zajmować się kwadraturą koła, lecz niczego o tym nie wiemy. Musiało to wzbudzać ogólne zainteresowanie, skoro w *Ptakach* (1005–1010) Arystofanesa, komedii wystawionej w 414 roku p.n.e., niejaki astronom Meton żartobliwie wzmiankuje o wymierzaniu kwadratu w kole w środkowym układzie rynku o rozchodzących się prosto ulicach jak promienie gwieździste. Oto te wiersze w naszym dosłownym przekładzie:

Ορθῷ μετρήσω κανόνι προστιθείς, ἵνα	Prostą przykładając miarkę wymierzę, by
ὁ κύκλος γένηταί σοι τετράγωνος κἀν μέσῳ	koło stało się kwadratowe, a w środku
ἀγορά, φέρουσαι δ’ ὦσιν εἰς αὐτὴν ὁδοὶ	rynek, schodzące do niego niech będą drogi
ὀρθαὶ πρὸς αὐτὸ τὸ μέσον, ὥσπερ δ’ ἀστέρος	proste, do samego środka, tak jak gwiazda
αὐτοῦ κυκλοτεροῦς ὄντος ὀρθαὶ πανταχῇ	będąc sama okrągła prostymi wszędzie
ἀκτῖνες ἀπολάμπωσιν. (...)	promieniami świeci. (...)

Sam Sokrates natomiast, jak podaje Ksenofont (*Mem.* IV 7, 3), choć biegły w subtelnych wywodach, nie pochwalał zagłębiania się w trudnych do pojęcia wykresach geometrycznych (*diagrammata*), które mogą zająć człowiekowi całe życie, odciągając go od wielu innych pożytecznych umiejętności.

Jednakże sofista Antyfont oraz sokratyk Bryson z Heraklei zajmowali się na swój sposób kwadraturą koła, o czym wiemy cokolwiek od Arystotelesa i jego komentatorów (Aleksandra, Themistiosa, Simplikiosa)[3]. (*APr.* B 25, 69a29–34, *APo.* A 9, 75b37–76a3, *SE* 11, 171b12–8; 171b34–172a7, *Ph.* A 2, 185a14–7).

Antyfon wpisywał w koło kwadrat (lub trójkąt równoboczny) i na zewnętrznej połowie jego boków kreślił trójkąty prostokątne styczne z łukami koła (jak poniżej):

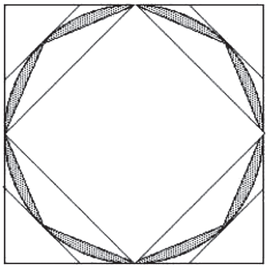


Dalej na tych łukach kreślił kolejne trójkąty twierdząc, że w następstwie wpisywane tak w koło odcinki pokryją się całkowicie z jego łukiem[4]. Metodę

[3] Zob. Wasserstein 1959: 92–100.

[4] Teksty o kwadraturze Antyfonta: 87 B 13 DK = 37 R 14–16 LM. Uzupełnienie: Pendrick 2002 (fr. 13d. f–l).

takiego wyczerpywania stosował też Bryson, ale przez kolejne wpisywane i opisywane na kole wielokąty (jak poniżej)[5].



Arystoteles uznał wspomniane próby Antyfonta i Brysona za chybione i niezgodne z zasadami geometrii. Zgodna z zasadami geometrii jest natomiast kwadratura poprzez księżyczki dokonana przez Hippokratesa z Chios, jakkolwiek oparta na pseudo- diagramach.

Nazwa μηνίσκος – księżyczek to zdrobnienie od μήν – *mensis*, czyli miesiąca, gdzie chodzi o sierp księżyca (*Soph. El*. 171b 15; *Probl*. 912b14). Księżyczki (μηνίσκοι, *lunulae*) to figury płaskie o kształcie sierpowatym ograniczone przecinającymi się łukami dwóch okręgów, których wydrążenie następuje w tym samym kierunku. Wspomniane księżyczki, czyli segmenty koła, to takie szczególne figury, których kwadratura jest możliwa.

W związku z tym warto znać osobliwości oryginalnej greckiej terminologii. *Quādrātūrā* to późnołacińskie określenie odpowiadające greckiemu ὁ τετρᾰγωνισμός. Sens wywodzi się od τετραγωνίζειν = *quadrare*, stąd nazwa kwadratu (τὸ τετράγωνον = *quadratus, quadrangulus*), czyli dosłownie czworokąta. W naszym pojęciu kwadratura danej figury płaskiej to wykreślenie kwadratu o polu równym polu tej figurze. Wszelako Grecy poszukiwali kwadratury nie algebraicznie przez obliczanie pola koła, ale analitycznie na wykresach przez konstruowanie równoważnego wielokąta.

Jak wiadomo, kwadrowalny jest każdy wielobok przy użyciu liniału i cyrkla, lecz w przypadku koła nie można tego osiągnąć. Wiedział już to Arystoteles (*Cat*. 7b31), według którego kwadratura koła jest tym szczególnym przypadkiem, że nie ma o niej wiedzy, choć istnieje jej dociekany przedmiot. Wiedzę naukową pojmował on bowiem odpowiednio w relacji do jej przedmiotu.

Należy podkreślić, że Arystoteles, inaczej niż Euklides pojmował podstawy geometrii[6]. Stagiryta nie uznaje definicji kwadratury jako wniosku,

[5] Teksty o kwadraturze Brysona: Giannantoni 1990: vol. II: fr. II S 9 – II S 11.

[6] Na ten temat zob. Wesoły 1997: 23–37. Por. Marcacci 2008: 109–242. O tym ważne opracowanie z wyborem fragmentów i świadectw Arystotelesa: Tóth 2010.

że „równy z podłużnym jest prostokąt równoboczny" („τὸ ἴσον ἑτερομήκει ὀρθογώνιον εἶναι ἰσόπλευρον"). Według Stagiryty definicja z podaniem przyczyny kwadratury to „znalezienie średniej geometrycznej" („μέσης εὕρεσις") (*De An*. II 2, 413a17; *Metaph*. B 2, 996b20).

PODSTAWA ŹRÓDŁOWA

Postać Hippokratesa z Chios uwzględniona została częściowo w słynnej edycji Dielsa-Kranza *Die Fragmente der Vorsokratiker* (1903) w rozdziale o drugich pitagorejczykach (B VIII 42). Jednakże w wydaniu tym pominięty został ważny tekst komentarza Simplikiosa do *Fizyki* Arystotelesa, referujący za Eudemosem z Rodos dłuższy wywód na temat owej kwadratury księżyczków Hippokratesa z Chios. Brak ten zrekompensowany został przez M. Timpanaro Cardini w edycji oryginału wraz z włoskim przekładem i komentarzem[7].

Uprzednio H. Diels dokonał edycji tekstu Simpliciusa[8], a interesujące nas partie tego komentarza były przedmiotem specjalnych dociekań F. Rudio[9], a także O. Beckera[10]. Tekst grecki dotyczący Hippokratesa z Chios wraz z angielskim przekładem przedłożył później I. Thomas[11] Ostatniej krytycznej edycji tego tekstu dokonał F. Wehrli[12], gdzie o Hippokratesie z Chios mowa we fr. 140 na s. 59–66. Znajdujemy w tym wydaniu próby oddzielenia wywodów Eudemosa od interpretacji samego Simplikiosa.

Niestety przez ponad pół wieku nie podjęto nowej edycji tego ważnego tekstu. Szkoda, że owi matematycy – Hippokrates z Chios oraz Ojnopides i Teodor nie zostali uwzględnieni w wielkiej i nowatorskiej edycji źródłowej A. Laksa i G. Mosta[13].

Mało ogólnie znana postać Hippokratesa z Chios znajduje zainteresowanie głównie historyków matematyki. Zbigniew Jordan w swej znakomitej książce *O matematycznych podstawach systemu Platona* stwierdził, co następuje: „Rozumowania podane przez Hippokratesa są zbyt skomplikowane, by je in extenso przytaczać"[14]. Z kolei Stefan Kulczycki w swych wykładach *Z dziejów greckiej matematyki*[15] nazwał „skarbem nieocenionym" ten zachowany fragment rozprawy Hippokratesa, jedyny autentyczny dokument z matematyki V wieku. Tekst

[7] *Pitagorici: Testimoninze e Frammenti*…
[8] Simplicius, *In Aristotelis physicorum libros quatuor priores commentaria*...
[9] Rudio 1907.
[10] Becker 1936.
[11] *Selections Illustrating the History of Greek Mathematics*…, 234–252.
[12] *Eudemus von Rhodos*...
[13] *Les débuts de la Philosophie*…
[14] Jordan 1937: 168.
[15] Kulczycki 1973: 123–139.

ten z pewnymi opuszczeniami przełożył on na polski nie z wprost greki, ale z niemieckiego przekładu F. Rudio[16], podając do tego własny komentarz rzeczowy.

Inne nowsze opracowania historyków nieco dokładniej wnikają w zawiłości źródeł i wywodów Hippokratesa wokół wspomnianej kwadratury, a także rzecz ujmują w perspektywie dzisiejszej wiedzy matematycznej[17].

ADAPTOWANY TEKST HIPPOKRATESA NA TEMAT KWADRATURY

Simplikios w komentarzu do Arystotelesowej *Fizyki* (61,5–68,32), z powołaniem się na II księgę *Historii geometrii* Eudemosa (fr. 140 Wehrli) przytoczył prawie dosłownie wywody Hippokratesa, uzupełniając je pewnymi adnotacjami na podstawie geometrii Euklidesa. Chociaż jest to materiał „z drugiej i trzeciej ręki", to mamy tu do czynienia z najstarszym dokumentem matematyki greckiej, bezcennym w swej metodzie i wykładni treściowej. Zamieszczenie całego tego tekstu wraz z polskim przekładem zajęłoby więcej miejsca i wymagałoby dodatkowego objaśnienia, jakie partie wywodów pochodzą od samego Hippokratesa i jakie są odpowiednio uzupełnieniem Eudemosa i Simplikiosa. W związku z tym ograniczymy się do podania tutaj po grecku wraz z dokładnym polskim przekładem skróconej i adaptowanej wersji tekstu ustalonej przez O. Bekkera (1936) i podjętej przez R. Netza (2004) w tłumaczeniu angielskim wraz z numeracją poszczególnych zdań. Oczywiście wersja ta nie jest wiernym odtworzeniem tekstu Hippokratesa, ale stanowi istotną ekscerpcję jego oryginalnych wywodów.

Na tej podstawie proponujemy tutaj najpierw pewien wgląd w grecki oryginał i posmak towarzyszący lekturze złożonych argumentacji Hippokratesa, a następnie podamy zwięzły do tego komentarz. Zamieszczone poniżej wykresy figur geometrycznych nie przetrwały w tej wersji w tradycji manuskryptów, lecz są zasadnie rekonstruowane przez nowożytnych badaczy.

(1) Dlatego szerzej podejmiemy i prześledzimy [tę kwadraturę].	(1) διόπερ ἐπὶ πλέον ἁψώμεθά τε καὶ διέλθωμεν.
(2) Jako podstawę więc przyjął i pierwsze z potrzebnych do tego twierdzeń założył, że ten sam stosunek mają do siebie podobne segmenty kół oraz ich podstawy w kwadracie.	(2) ἀρχὴν μὲν οὖν ἐποιήσατο καὶ πρῶτον ἔθετο τῶν πρὸς αὐτοὺς χρησίμων, ὅτι τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει τά τε ὅμοια τῶν κύκλων τμήματα πρὸς ἄλληλα καὶ αἱ βάσεις αὐτῶν δυνάμει.
(3) Dowiódł zaś tego wychodząc od wykazania, że średnice ten sam stosunek mają w kwadracie z ich kołami.	(3) τοῦτο δὲ ἐδείκνυεν ἐκ τοῦ τὰς διαμέτρους δεῖξαι τὸν αὐτὸν λόγον ἐχούσας δυνάμει τοῖς κύκλοις.

[16] Rudio 1907.

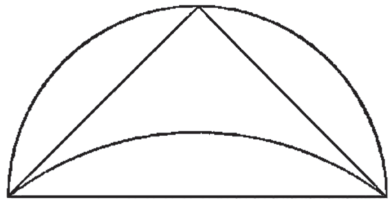
[17] Zob. Lloyd 1987; Caveing: 1997; Netz 2004; Høyrup 2020; Volkert, [dostęp dnia: 18.9.04] [http://www2.math.uni-wuppertal.de/~volkert/Moendchen.pdf].

(4) Otóż po wykazaniu tego najpierw wykreślił księżyczka łuk zewnętrzny zawierający półokrąg, w jaki to sposób powstałaby jego kwadratura.

(4) δειχθέντος δὲ αὐτῷ τούτου πρῶτον μὲν ἔγραφε μηνίσκου τὴν ἐκτὸς περιφέρειαν ἔχοντος ἡμικυκλίου τίνα τρόπον γένοιτο ἂν τετραγωνισμός.

(5) Przedstawił to na trójkącie prostokątnym i równoramiennym opisując półkole, i na jego podstawie segment koła podobny do tych, które przez linie styczne zostały odcięte.

(5) ἀπεδίδου δὲ τοῦτο περὶ τρίγωνον ὀρθογώνιόν τε καὶ ἰσοσκελὲς ἡμικύκλιον περιγράψας καὶ περὶ τὴν βάσιν τμῆμα κύκλου τοῖς ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθεισῶν ἀφαιρουμένοις ὅμοιον.



(6) Segment koła na podstawie równy jest sumie obu segmentom na pozostałych bokach. I po dodaniu do obu stron części wspólnej trójkąta, leżącej zewnątrz segmentu na podstawie, równy będzie księżyczek trójkątowi.

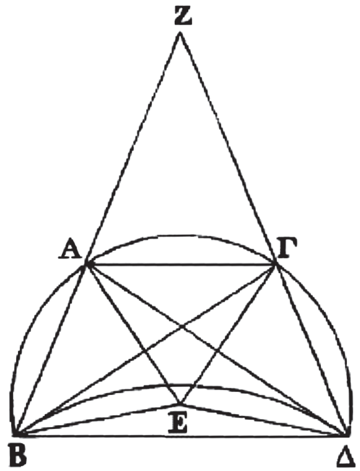
(6) ὄντος δὲ τοῦ περὶ τὴν βάσιν τμήματος ἴσου τοῖς περὶ τὰς ἑτέρας ἀμφοτέροις. καὶ κοινοῦ προστεθέντος τοῦ μέρους τοῦ τριγώνου τοῦ ὑπὲρ τὸ τμῆμα τὸ περὶ τὴν βάσιν, ἴσος ἔσται ὁ μηνίσκος τῷ τριγώνῳ.

(7) Księżyczek więc dowiedziony jako równy trójkątowi, może być skwadrowany.

(7) ἴσος οὖν ὁ μηνίσκος τῷ τριγώνῳ δειχθεὶς τετραγωνίζοιτο ἄν.

(8) W ten zatem sposób zakładając półokrąg jako zewnętrzny łuk księżyczka, Hippokrates składnie skwadrował księżyczek.

(8) οὕτως μὲν οὖν ἡμικυκλίου τὴν ἔξω τοῦ μηνίσκου περιφέρειαν ὑποθέμενος ἐτετραγώνισεν ὁ Ἱπποκράτης τὸν μηνίσκον εὐκόλως.



(9) Potem kolejno zakłada księżyczek większy od półokręgu, konstruując trapez mający trzy boki równe wzajemnie, jeden większy z tych równoległych, trzy razy większy każdego z tamtych w kwadracie, i trapez ten obejmując kołem, a na jego największym boku opisując segment podobny do tych odciętych od koła przez trzy równe boki.

(9) εἶτα ἐφεξῆς μείζονα ἡμικυκλίου ὑποτίθεται συστησάμενος τραπέζιον τὰς μὲν τρεῖς ἔχον πλευρὰς ἴσας ἀλλήλαις, τὴν δὲ μίαν τὴν μείζω τῶν παραλλήλων τριπλασίαν ἐκείνων ἑκάστης δυνάμει, καὶ τό τε τραπέζιον περιλαβὼν κύκλῳ καὶ περὶ τὴν μεγίστην αὐτοῦ πλευρὰν ὅμοιον τμῆμα περιγράψας τοῖς ὑπὸ τῶν ἴσων τριῶν ἀποτεμνομένοις ἀπὸ τοῦ κύκλου.

(10) Że zaś większy jest od półkola wspomniany segment, jasne jest z przeprowadzonej w trapezie przekątnej.

(10) ὅτι δὲ μεῖζόν ἐστιν ἡμικυκλίου τὸ λεχθὲν τμῆμα, δῆλον ἀχθείσης ἐν τῷ τραπεζίῳ διαμέτρου.

(11) Musi bowiem ona przechodzić pod dwoma bokami trapezu i być większa od dwukrotności pozostałej w kwadracie. A zatem największy z boków trapezu ΒΔ musi być w kwadracie mniejszy od przekątnej i innych jego boków, pod którą rozciąga się wraz z przekątną wspomniany bok.

(11) ἀνάγκη γὰρ ταύτην ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑποτείνουσαν τοῦ τραπεζίου τῆς ὑπολοίπου μιᾶς μείζονα ἢ διπλασίαν εἶναι δυνάμει. καὶ τὴν μεγίστην ἄρα τῶν τοῦ τραπεζίου πλευρῶν τὴν ΒΔ ἀναγκαῖον ἔλαττον δύνασθαι τῆς τε διαμέτρου καὶ τῶν ἑτέρων πλευρῶν ἐκείνης, ὑφ' ἣν ὑποτείνει μετὰ τῆς διαμέτρου ἡ λεχθεῖσα.

(12) Ostry zatem jest kąt leżący przy większym boku trapezu.

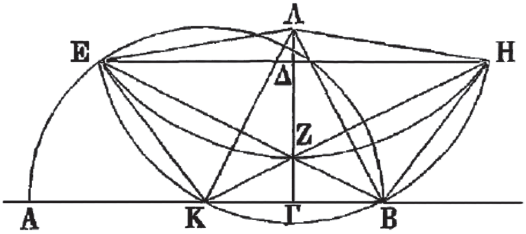
(12) ὀξεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ἐπὶ τῆς μείζονος τοῦ τραπεζίου πλευρᾶς βεβηκυῖα γωνία.

(13) Większy więc od półokręgu jest segment, w którym jest on. Taki jest zewnętrzny łuk księżyczka.

(13) μεῖζον ἄρα ἡμικυκλίου ἐστὶ τὸ τμῆμα ἐν ᾧ ἐστιν. ὅπερ ἐστὶν ἡ ἔξω περιφέρεια τοῦ μηνίσκου.

(14) Jeśli zaś [łuk zewnętrzny] jest mniejszy od półokręgu, kreśląc to wpierw Hippokrates tak to skonstruował.

(14) εἰ δὲ ἐλάττων ἡμικυκλίου εἴη, προγράψας τοιόνδε τι ὁ Ἱπποκράτης τοῦτο κατεσκεύασεν·



(15) Niech będzie dane koło o średnicy AB, którego środek jest w punkcie K.

(15) ἔστω κύκλος οὗ διάμετρος ἐφ' ᾗ [ἡ] ΑΒ, κέντρον δὲ αὐτοῦ ἐφ' ᾧ Κ·

(16) I niech prosta ΓΔ przedzieli na połowy odcinek BK pod kątem prostym.

(16) καὶ ἡ μὲν ἐφ' ᾗ ΓΔ δίχα τε καὶ πρὸς ὀρθὰς τεμνέτω τὴν ἐφ' ᾗ ΒΚ·

(17) I odcinek EZ niech leży pomiędzy nią i okręgiem (łukiem) skierowany ku B będąc od promienia półtora razy większy w kwadracie.

(17) ἡ δὲ ἐφ' ᾗ ΕΖ κείσθω ταύτης μεταξὺ καὶ τῆς περιφερείας ἐπὶ τὸ Β νεύουσα τῶν ἐκ τοῦ κέντρου ἡμιολία οὖσα δυνάμει.

(18) Niech do EH będzie równoległy odcinek AB.

(18) ἡ δὲ ἐφ’ ᾗ ΕΗ ἤχθω παρὰ τὴν ἐφ’ ᾗ ΑΒ.

(19) I niech od punktu K będą połączone proste do EZ.

(19) καὶ ἀπὸ τοῦ K ἐπεζεύχθωσαν ἐπὶ τὰ EZ.

(20) Niech prosta połączona z punktem Z, utworzona, spotka się z linią, na której EH w punkcie H, i niech znów od B do ZH będą połączone.

(20) Συμπιπτέτω δὲ ἐκβαλλομένη ἡ ἐπὶ τὸ Z ἐπιζευχθεῖσα τῇ ἐφ’ ᾗ EH κατὰ τὸ H καὶ πάλιν ἀπὸ τοῦ B ἐπὶ τὰ ZH ἐπεζεύχθωσαν.

(21) Jasne, że lina, na której EZ przedłużona spadnie do B, i że linia, na której BH równa będzie z EK.

(21) φανερὸν δὴ ὅτι ἡ μὲν ἐφ’ ᾗ EZ ἐκβαλλομένη ἐπὶ τὸ B πεσεῖται,, ἡ δὲ ἐφ’ ᾗ BH ἴση ἔσται τῇ ἐφ’ ᾗ EK.

(22) Niech się opisze wokół trójkąta EZH wycinek koła podobny do każdego z wycinków EK, KB, BH.

(22) περιγεγράφθω δὴ περὶ τὸ EZH τρίγωνον τμῆμα κύκλου [τὸ EZH] ὅμοιον ἑκάστῳ τῶν EK KB BH τμημάτων.

(23) Przy tych oznaczeniach, twierdzę, że trapez EKBH objęty będzie okręgiem.

(23) τούτων οὖν οὕτως ἐχόντων τὸ τραπέζιόν φημι ἐφ' οὗ EKBH περιλήψεται κύκλος.

(24) Przy tych oznaczeniach, powstały księżyczek równy będzie figurze prostoliniowej, złożonej z trzech trójkątów BZH, BZK, EKZ.

(24) Τούτων οὕτως ἐχόντων ὁ γενόμενος μηνίσκος ἴσος ἔσται τῷ εὐθυγράμμῳ τῷ συγκειμένῳ ἐκ τῶν τριῶν τριγώνων τῶν BZH BZK EKZ.

(25) Segmenty bowiem od prostych, przy których EZ, ZH, oddzielone są wewnątrz księżyczka od figury prostoliniowej, równe są z wycinkami oddzielonymi wewnątrz figury prostolinijnej przez EK, KB, BH.

(25) τὰ γὰρ ἀπὸ τῶν εὐθειῶν ἐφ’ αἷς EZ ZH ἀφαιρούμενα ἐντὸς τοῦ μηνίσκου ἀπὸ τοῦ εὐθυγράμμου τμήματα ἴσα ἐστὶ τοῖς ἐκτὸς τοῦ εὐθυγράμμου τμήμασιν ἀφαιρουμένοις ὑπὸ τῶν EK KB BH.

(26) Każdy bowiem z tych wewnętrznych jest półtora razy większy od każdego z zewnętrznych.

(26) ἑκάτερον γὰρ τῶν ἐντὸς ἡμιόλιόν ἐστιν ἑκάστου τῶν ἐκτός.

(27) Jeśli więc księżyczkiem są trzy wycinki i z figury prostolinijnej obok dwa wycinki, a figura prostolinijna wraz z dwoma wycinkami jest bez trzech, są zaś te dwa wycinki równe trzem, to równy byłby księżyczek figurze prostolinijnej

(27) εἰ οὖν ὁ μὲν μηνίσκος τὰ τρία τμήματά ἐστι καὶ τοῦ εὐθυγράμμου τὸ παρὰ τὰ δύο τμήματα, τὸ δὲ εὐθύγραμμον μετὰ τῶν δύο τμημάτων ἐστὶ χωρὶς τῶν τριῶν, ἔστι δὲ τὰ δύο τμήματα τοῖς τρισὶν ἴσα, ἴσος ἂν εἴη ὁ μηνίσκος τῷ εὐθυγράμμῳ.

(28) Że ten księżyczek ma łuk zewnętrzny mniejszy od półkola, dowodzi tego przez to, że kąt EKH będący zewnątrz wycinka jest rozwarty.

(28) ὅτι δὲ οὗτος ὁ μηνίσκος ἐλάττονα ἡμικυκλίου τὴν ἐκτὸς ἔχει περιφέρειαν, δείκνυσι διὰ τοῦ τὴν EKH γωνίαν ἐν τῷ ἐκτὸς οὖσαν τμήματι ἀμβλεῖαν εἶναι.

(29) Że zaś kąt pod EKH jest rozwarty, dowodzi następująco.

(29) ὅτι δὲ ἀμβλεῖά ἐστιν ἡ ὑπὸ EKH γωνία, δείκνυσιν οὕτως·

(30) Skoro zaś odcinek EZ jest półtora razy większy od promienia w kwadracie, a odcinek KB jest większy od BZ, to jasne, że i BK większy jest od BZ podwójnie w szerokości przy EK.

(30) ἐπεὶ ἡ μὲν ἐφ’ ᾗ EZ ἡμιολία ἐστὶ τῶν ἐκ τοῦ κέντρου δυνάμει, ἡ δὲ ἐφ’ ᾗ KB μείζων τῆς ἐφ’ ᾗ BZ, φανερὸν ὅτι κἂν ἡ ἐφ’ ᾗ BK μείζων ᾗ τῆς ἐφ’ ᾗ BZ ἢ διπλασία μήκει, καὶ ἡ ἐφ’ ᾗ KE.

(31) Dlatego odcinek EZ od tych EK i KZ większy jest w kwadracie.

(31) καὶ ἡ EZ τῶν EK KZ μείζων ἐστὶ δυνάμει·

(32) Rozwarty zatem jest ten kąt przy K.

(32) ἀμβλεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ K γωνία,

(33) Mniejszy zatem od półkola jest wycinek, w nim zawarty.

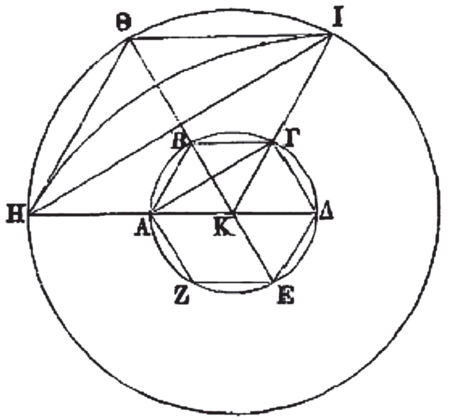
(33) ἔλαττον ἄρα ἡμικυκλίου τὸ τμῆμα ἐν ᾧ ἐστιν.

(34) W ten sposób więc Hippokrates skwadrował każdy księżyczek, jeśli tylko [skwadrował] księżyczek mający łuk zewnętrzny równy z danym półokręgiem, jak i większy i mniejszy.

(34) οὕτως μὲν οὖν ὁ Ἱπποκράτης πάντα μηνίσκον ἐτετραγώνισεν, εἴπερ καὶ τὸν ἡμικυκλίου καὶ τὸν μείζονα ἡμικυκλίου καὶ τὸν ἐλάττονα ἔχοντα τὴν ἐκτὸς περιφέρειαν.

(35) Natomiast księżyczek wraz z kołem skwadrował następująco:

(35) ἀλλὰ μηνίσκον ἅμα καὶ κύκλον ἐτετραγώνισεν οὕτως·



(36) Niech będą wokół środka K dwa okręgi, średnica okręgu zewnętrznego sześć razy większa w kwadracie od tej okręgu wewnętrznego.

(36) ἔστωσαν περὶ κέντρον ἐφ' οὗ K δύο κύκλοι, ἡ δὲ τοῦ ἐκτὸς διάμετρος ἑξαπλασία δυνάμει τῆς τοῦ ἐντὸς.

(37) I wpisując sześciokąt w wewnętrzne koło ΑΒΓ ΔΕΖ, i przedłużone promienie KA, KB, KΓ od środka niech zejdą się z okręgiem zewnętrznym i połączone zostaną HΘ, ΘI, HI.

(37) καὶ ἑξαγώνου ἐγγραφέντος εἰς τὸν ἐντὸς κύκλον τοῦ ἐφ' οὗ ΑΒΓΔΕΖ αἵ τε ἐφ' ὧν KA KB KΓ ἐκ τοῦ κέντρου ἐπιζευχθεῖσαι ἐκβεβλήσθωσαν ἕως τῆς τοῦ ἐκτὸς κύκλου περιφερείας καὶ <αἱ> ἐφ' ὧν HΘ ΘI <HI> ἐπεζεύχθωσαν.

(38) I wokół prostej HI niech będzie opisany segment kołowy podobny do odciętego od HΘ.

(38) καὶ περὶ τὴν ἐφ' ᾗ HI τμῆμα ὅμοιον τῷ ἀφαιρουμένῳ ὑπὸ τῆς ἐφ' ᾗ HΘ περιγεγράφθω.

(39) Skoro więc kwadrat HI musi być trzy razy większy od boku kwadratu HΘ sześciokąta, zaś kwadrat ΘH jest sześć razy większy od kwadratu AB, to jasne, że segment kołowy opisany na HI równy okazuje się z tymi odciętymi od koła zewnętrznego prostymi HΘ, ΘI, oraz z tymi odciętych od wewnętrznego koła przez wszystkie boki sześciokąta.
Tak więc księżyczek oznaczony przez HΘI od trójkąta byłby mniejszy przy tychże literach w segmentach boków sześciokąta odciętych od wewnętrznego koła.

(39) ἐπεὶ οὖν τὴν μὲν ἐφ' ᾗ HI τριπλασίαν ἀνάγκη εἶναι δυνάμει τῆς ἐφ' ᾗ ΘH τοῦ ἑξαγώνου πλευρᾶς , ἡ δὲ ΘH ἑξαπλασία τῆς ἐφ' ᾗ AB, δῆλον ὅτι τὸ τμῆμα τὸ περὶ τὴν ἐφ' ᾗ HI περιγραφὲν ἴσον εἶναι συμβαίνει τοῖς τε ἀπὸ τοῦ ἐκτὸς κύκλου ὑπὸ τῶν ἐφ' αἷς HΘ ΘI ἀφαιρουμένοις καὶ τοῖς ἀπὸ τοῦ ἐντὸς ὑπὸ τῶν τοῦ ἑξαγώνου πλευρῶν ἁπασῶν.
ὥστε ὁ μὲν μηνίσκος ἐφ' οὗ HΘI τοῦ τριγώνου ἐλάττων ἂν εἴη ἐφ' οὗ τὰ αὐτὰ γράμματα τοῖς ὑπὸ τῶν τοῦ ἑξαγώνου πλευρῶν ἀφαιρουμένοις τμήμασιν ἀπὸ τοῦ ἐντὸς κύκλου.

(40) A zatem księżyczek i odcięte od sześciokąta segmenty kołowe równe są ztrójkątem.	(40) ὁ ἄρα μηνίσκος καὶ τὰ ὑπὸ τοῦ ἑξαγώνου ἀφαιρούμενα τμήματα ἴσα ἐστὶν τῷ τριγώνῳ.
(41) I dodając wspólny sześciokąt, trójkąt ten i sześciokąt równe są z rzeczonym księżyczkiem i z okręgiem wewnętrznym.	(41) καὶ κοινοῦ προστεθέντος τοῦ ἑξαγώνου τὸ τρίγωνον τοῦτο καὶ τὸ ἑξάγωνον ἴσα ἐστὶ τῷ τε μηνίσκῳ τῷ λεχθέντι καὶ τῷ κύκλῳ τῷ ἐντός.
(42) Jeśli więc wspomniane figury prostoliniowe mogą być skwadrowane, zatem i koło razem z księżyczkiem.	(42) εἰ οὖν τὰ εἰρημένα εὐθύγραμμα δυνατὸν τετραγωνισθῆναι, καὶ τὸν κύκλον ἄρα μετὰ τοῦ μηνίσκου.

ZWIĘZŁY KOMENTARZ

Jak można się przekonać z lektury powyższej partii tekstów, nader skomplikowana konstrukcja wywodów może być zrozumiała jedynie na podstawie zamieszczonych diagramów. W ten sposób podjęte kwadratury księżyczków ukazują logiczną sekwencję nie tylko podług przyjętych założeń i zależności wzajemnej między etapami pośrednimi, ale głównie na podstawie wizualizacji czy naoczności diagramatycznej kreślonych figur. Stanowi to pomysłową kombinatorykę „wycinania i wklejania", podług geometrycznych relacji i błyskotliwej wnikliwości i ścisłości terminologicznej. To, że Hippokkrates był pod tym względem geniuszem, nie mamy wątpliwości.

Hippokrates przekształcał kolejno trzy postaci księżyczków w równoważne im kwadrowalne trójkąty. Wyszedł od ogólnego założenia, że „podobne segmenty koła mają się tak, jak kwadraty ich podstaw" (zapewne tego nie dowodził). Stosował przy tym teoremat Pitagorasa i jego odwrócenie, teoremat o trójkącie wpisanym w półokrąg; znał własności sześciokąta foremnego.

Ukazywał na diagramach kwadratury księżyczków w trzech przypadkach, najpierw gdy ich łuk zewnętrzny jest równy półokręgu, a potem gdy jest większy lub mniejszy od półokręgu. W pierwszym przypadku łuk zewnętrzny księżyczka równy jest z półokręgiem, w którym wpisany jest trójkąt prostokątny i równoramienny, a na jego podstawie zakreślony jest segment koła podobny do dwóch segmentow między ćwiartkami okręgu i równymi ramionami trójkąta. Skoro segment większy równy jest sumie obu mniejszych, usuwając z półkola ten większy otrzymujemy księżyczek, a usuwając dwa mniejsze segmenty – trójkąt. Tym sposobem księżyczek przekształcony w trójkąt o tym samym polu podlega kwadraturze.

Konstrukcje pozostałych przypadków są analogiczne, lecz wzrasta stopień złożoności wykresów. Gdy łuk zewnętrzny księżyczka jest większy od półokręgu, figurą weń wpisaną jest trapez o trzech równych bokach. Z kolei gdy łuk księżyczka jest mniejszy od półokręgu, analiza przebiega na diagramach dwóch odwróconych i odpowiednio nałożonych na siebie półokręgów.

Ponadto Hippokrates podjął kwadrowanie księżyczka wraz z kołem, konstruując dwa okręgi o wpisanych w nich odpowiednio sześciokątach. Takie księżyczki równoważne są kołu opisanemu na tym sześciokącie. Jak zauważył Eudemos, konstrukcje diagramów Hippokratesa zmierzały w efekcie do rozwiązania kwadratury koła. Jednak już Arystoteles rację miał w tym, że w ten sposób nie dochodzi się rozwiązania kwadratury koła, co potwierdzone zostało dopiero w XX wieku[18].

W tym miejscu warto wspomnieć o wczesnogreckiej procedurze „analizowania diagramów" – ἀναλύειν διάγραμμα, która dobrze znana była Arystotelesowi (*Eth. Nic.* 1112b18–24; *Soph. El.* 175a26–28; *Metaph*. IX 1051a21–33; *APr.* 41b14; *Cael*.280a1). Ówczesne pojęcie analizy i diagramu oraz ich łączny sens metodyczny nie mają nowożytnych konotacji i wymagają pewnego objaśnienia[19].

Jak podaje Proklos (*In Eucl*. 211,18), najpiękniejszą była metoda, „która przez analizę sprowadza do uzgodnionej zasady badany przedmiot („ἡ διὰ τῆς ἀναλύσεως ἐπ' ἀρχὴν ὁμολογουμένην ἀνάγουσα τὸ ζητούμενον"), którą to Platon – jak mówią – przedłożył Leodamasowi, i ten dzięki niej podobno stał się autorem wielu odkryć w geometrii"[20].

Traktując o geometrii, Platon posługuje się pojęciem διαγράμματα (*Resp.*529e; *Phaed*. 73b; *Crat.* 436d; *Theaet*. 169a; *Euth*. 290c). Oznacza ono dosłownie wykresy figur płaskich oznaczonych odpowiednio liniami i punktami literowymi, a wtórnie także związane z nimi odpowiednie twierdzenia geometryczne.

Pappos z Aleksandrii (*Coll. Math.* 634–6) potwierdza to, że analizę stosuje się jedynie po konstrukcji „wspólnych elementów" (κοινὰ στοιχεῖα), aby „uchwycić w liniach moc heurystyczną przełożonych problemów" („ἀναλαμβάνειν ἐν γραμμαῖς δύναμιν εὑρετικὴν τῶν προτεινομένων αὐτοῖς προβλημάτων")[21].

---

[18] W *Historia matematyki* pod red. A.P. Juszkiewicza czytamy, co następuje (s. 94): „Ich wykrycie nie zbliżało jednak Hipokratesa do rozwiązania kwadratury koła; jak wykazali w latach 30–40-tych naszego stulecia N.G. Czebatarew i A.W. Dorodnow, istnieje pięć rodzajów kwadrowalnych księżyców i żaden z nich nie jest kwadrowalny jednocześnie z kołem".

[19] „In ancient geometry 'analysis' had none of its modern connotations, but referred to a kind of reversal of the normal 'synthetic' method of proof or construction" (Jones 1986: 66). W związku z grecką analizą figur geometrycznych trafnie stwiedził P. H. Byrne (1997: 15): „Thus, analysis of geometrical figures is a solving, a loosing up, of what was merely a given array of elements into an intelligibly ordered arrangement – an intelligible arrangement which often brings delight or surprise, since its potential was initially unrecognized. Analysis in this sense, then, is more a matter of discovery of the forms of the construction and the forms of definition which underpin them, rather than of reduction to material elements". Ponadto na temat diagramatycznej wykładni zob. oryginalne opracowanie: Englebretsen 2019.

[20] W relacji Arystotelesa nastawienie filozofii Platona w istocie było analityczne i matematyzujące, czyli dążące do ujęcia naczelnych zasad wszechrzeczy. Dokładniej zob. Wesoły 2012.

[21] W przekładzie Hintikka, Remes (1974: 8) zmieniono zupełnie sens analizy „to obtain the power of solving theoretical problems..." – eliminując analizę jako heurezę w liniach. Niezbyt dokładny jest przekład Jones (1986: 82): „to acquire a power in geometry that is capable of solving

Tak więc „analiza diagramów" stanowi wizualny rozbiór wykresów figur geometrycznych, aby wykryć w ich liniach (prostych i krzywych) wspólne elementy (punkty, odcinki, proporcje, kąty, styczne itp.), które konstytuują konstrukcję, czyli syntezę, danej figury, i zarazem wykrywają jej teoremat[22]. W takiej heurystycznej analizie διαγράμματα jako wykresy oznaczały nie tyle konstrukcje figur, co naoczny ich rozbiór dla wykrycia elementów w ich syntezie, czyli konstrukcji. Na podstawie zaznaczanych na diagramach wspólnych elementów odkrywa się analitycznie moc czy możność założeń koniecznych w dowodzie postawionego problematu czy teorematu.

I tak według Papposa rozróżniano dwa rodzaje analizy, jedną teoretyczną poszukującą przesłanek dowodu danego teorematu, a drugą problematyczną (porystyczną) poszukującą rozstrzygnięcia danego problematu. W tym sensie hippokratejskie dociekanie kwadratury księżyczków byłoby tym drugim rodzajem analizy.

Wiąże się z tym kwestia, jak rozumieć wykładnię niezachowanych *Elementów* – Στοιχεῖα, które jako pierwszy miał napisać Hippokrates z Chios, o czym wzmiankuje Proklos (*In Eucl.* 66, 4). Pewną wskazówką co do sensu tytułu tego dzieła może być stwierdzenie Arystotelesa, który analogicznie ujmował elementy diagramów i elementy dowodów:

> Podobnie określa się elementy diagramów (τὰ τῶν διαγραμμάτων στοιχεῖα) i w ogóle dowodów (τὰ τῶν ἀποδείξεων). Prymarne bowiem dowody występują w wielu dowodach, które zwane są elementami dowodów. A są nimi sylogizmy prymarne złożone z trzech [terminów] poprzez jeden średni (συλλογισμοὶ οἱ πρῶτοι ἐκ τῶν τριῶν δι' ἑνὸς μέσου) (*Metaph.* 1014a35–b3; cf. B 3, 998a25–26).

Nie wnikając w złożone szczegóły odnotujmy tylko, że Stagiryta wzorował elementy dowodów na figurach (diagramach) sylogizmów i taką metodologię nazywał wymownie ‘analityką'[23].

Zapewne sam ten tytuł związany był z analizą podług analogii: elementy diagramów – elementy dowodów. Być może stosowana przez Hippokratesa metoda polegała na analizie diagramów figur z symboliką literową w układzie ich punktów, linii i kątów; tym sposobem dążył do wykrywania złożonych własności wielokątów i kół. Była to wykładnia heurystyczna, przy czym nie wiemy, czy z elementarnych założeń wywodził aksjomatycznie kolejne teoremy według właściwej im dedukcyjnej sekwencji.

Można przypuszczać, że *Elementy* Hippokratesa stanowiły pewną heurystyczną i metodyczną analizę figur geometrycznych, będąc prototypem dla Euklidesa wykładni figur prostoliniowych i krągłych (*Elementy*, ks. I, III i VI).

---

problems…". Trafnie zaś oddał to Knorr (1986: 354): „to acquire a power in lines [i.e., lines and curves] conducive to the finding of problems…".

[22] Zob. dokładniej o analizie w greckiej geometrii i analityce Arystotelesa: Wesoły 1999: 19–40.

[23] Na ten temat dokładniej zob. Arystoteles, *Analityki pierwsze. Analityki wtóre*…, 24–50.

Późniejsze *Elementy* Euklidesa stanowią usystematyzowane dopełnienie założeniowo-dedukcyjnej wykładni geometrii, która wychodzi od terminów / definicji (ὅροι), postulatów (αἰτήματα) i wspólnych pojęć (κοιναὶ ἔννοιαι)[24].

Wróćmy jeszcze do krytycznego stanowisko Arystotelesa, który na swój sposób pojmował kwadraturę i zarzucał Hippokratesowi stosowanie pseudo-wykresów. Stagiryta zarzucał paralogizm w kwadraturze koła poprzez poprzez księżyczki, gdyż opierały się na pseudo-wykresach (ψευδογραφήματα). (*Soph. El.*11, 171b12; *Phys.*I 2, 185a16). Podając w *Topikach* (I 1) przykład paralogizmu pseudo-wykresów miał on zapewne na względzie opaczne diagramy Hippokratesa, gdy „albo opisuje się półkola nie tak, jak należy, albo kreśli pewne linie nie tak, jak powinny być wykreślone" („ἢ τὰ ἡμικύκλια περιγράφειν μὴ ὡς δεῖ ἢ γραμμάς τινας ἄγειν μὴ ὡς ἂν ἀχθείησαν τὸν παραλογισμὸν ποιεῖται").

Kwadrowalne wycinki koła nie są przecież tym samym co koło, stąd oboczność wywodu w trybie abdukcji (*apagoge*)[25] mającej prowadzić do wykrycia kwadratury samego koła. Spośród dawnych metod stosowanych w geometrii Proklos wyróżnia tzw. *apagoge*, którą pierwszy stosował Hippokratesi z Chios:

> Abdukcja (ἀπαγωγή) jest przejściem od jednego problemu czy teorematu do drugiego, dzięki znajomości lub rozstrzygnięciu, którego jasnym będzie i ten przedłożony, jak np. przy podwojeniu sześcianu przenosząc badanie na inny [problem], za którym ten następuje: wykrycie dwóch średnich, i szukanie tego, jak gdy dane są dwa odcinki proste można było wykryć dwie średnie proporcjonalne.
> Powiadają, że pierwszy stosował abdukcję skomplikowanych diagramów Hippokrates z Chios, który skwadrował księżyczek i wiele innych dokonał odkryć w geometrii, uzdolniony z zakresie diagramów, jak nikt inny (*In Eucl*. p. 212, 24 = A 4a DK) (zob. motto we wstępie!).

Jest to dla nas nader ważne świadectwo – Hippokrates z Chios miał być zdolny, jak nikt inny, w analizie diagramów.

Arystoteles w *Analitykach pierwszych* (II 25) ujmował abdukcję w terminach sylogizmu z drugą przesłanką niejawną, co stanowi przybliżenie do wiedzy, jak w przypadku kwadratury, gdzie „wraz z księżyczykami równe się staje koło prostoliniowej figurze" („τὸ μετὰ μηνίσκων ἴσον γίνεσθαι εὐθυγράμμῳ τὸν κύκλον" – *An.Pr*. 69a33)[26].

Tutaj Hippokrates z Chios nie jest przez Arystotelesa wymieniony z imienia, ale Proklos (*In Eucl.* 212, 24) podaje, że to właśnie Hippokrates stosował pierwszy abdukcję jako przeniesienie rozwiązania jednego łatwiejszego problematu na sposób rozwiązania drugiego trudniejszego, jak w przypadku skomplikowanych

[24] Zob. nowe oryginalne opracowanie I księgi *Elementów* Euklidesa: Russo, Pirro, Salciccia 2017.

[25] Zob. nowoczesne opracowanie na temat abdukcji: Urbański 2009.

[26] Zob. dokładniej w: *Arystoteles*, *Analityki pierwsze…*, 277–278.

diagramów dla wykrycia kwadratury księżyczków oraz innych odkryć w geometrii.

Warto tu jeszcze wspomnieć o innych odkryciach Hippokratesa z Chios. Miał on metodą abdukcji dociekać trudnego problemu podwojenia sześcianu (42 A 4 DK). Wzmiankuje o tym Eutokios z Askalonu (*In Archim.* III 88, 17), że Hippokrates pierwszy dokonał tego, sprowadzając rozstrzygnięcie do wykrycia dwóch średnich w proporcji ciągłej, gdy dane są dwa odcinki, z których większy jest podwójnością mniejszego.

Bliższych danych tu nie posiadamy, lecz algebraicznie rzecz tak się ujmuje, że dla dwóch odcinków a i $2a$ trzeba wykryć dwie średnie proporcjonalne x i y.

Chodzi więc o układ równań: $a : x = x : y = y : 2a$. Stąd $x^3 = 2a^3$.

Jednakże Hippokrates posługiwał się raczej konstrukcją figur i analizą na diagramach, podobnie jak wiek później Archytas z Tarentu (47A14 DK), gdy rozstrzygał ten sam problem znalezienia dla dwóch prostych dwóch średnich proporcjonalnych poprzez sprowadzenie do odpowiedniej proporcji odcinków w nader złożonej konstrukcji półstożka kołowego[27].

Oprócz powyższych osiągnięć w dziedzinie geometrii, Hippokrates z Chios zajmował się także astronomią (42 A 5–6 DK). Arystoteles na wstępie *Meteorologiki* (I 6) przypisuje mu dwa ważne wyjaśnienia zjawisk astronomicznych: chodzi o kometę pojętą jako szóstą planetę oraz o Drogę Mleczną jako efekt refrakcji względem Słońca. Pojęcie *kometes aster* oznaczało ‘gwiazdę z warkoczem’. Pitagorejczycy twierdzili, że kometa jest jedną z planet, ukazującą się rzadko i na niewielkim wzniesieniu nad horyzontem, podobnie jak Merkury. Podobnie zakładali Hippokrates i jego uczeń Ajschylos (skądinąd nieznany), z tą różnicą, że warkocz nie pochodzi od komety, a tylko stanowi złudzenie optyczne wskutek refrakcji.

BIBLIOGRAFIA

Źródła, przekłady i komentarze

Antiphon the Sophist: The Fragments, ed. G.J. Pendrick, Cambridge 2002.

Arystoteles, Analityki pierwsze. Analityki wtóre, przekł. i oprac. M.A. Wesoły, Lublin–Roma 2020.

Becker, O., *Zur Textgestellung des Eudemischen Berichts über die Quadratur der Möndchen durch Hippokrates von Chios*, *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik*, „Astronomie und Physik” 3 (1936), 411–19.

Die Fragmente der Vorsokratiker, eds. H. Diels, W. Kranz, I–III, Berlin 196110.

Euclide, Il I libro degli Elementi. Una nuova lettura, eds. L. Russo, G. Pirro, E. Salciccia, Roma 2017.

Eudemus von Rhodos. Texte und Kommentar, ed. F. Wehrli, Basel 1969 (1955).

[27] Zob. przekład tekstu źródłowego wraz z rekonstruowanym diagramem: Wesoły 1997: 73–76.

Jones, *Pappus of Alexandria, Book 7 of the Collection*, ed. with transl. and commentatory A. Jones, vol. I–II, New York 1986.

Pitagorici: Testimoninze e Frammenti, ed. M. Timpanaro Cardini, vol. II, Firenze 1962–1969, 28–73 [wznowienie w jednym tomie: *Pitagorici antichi: Testimonianze e frammenti*, testo greco a fronte, Milano 2010, 1958–1964.

Procli Diadochi, *In primum Euclidis Elementorum librum commentarii*, ed. G. Friedlein, Leipzig 1873.

F. Rudio, *Der Bericht des Simplicius über die Quadraturen des Antiphon und des Hippokrates*, Griechisch und deutsch, Leipzig 1907.

Selections Illustrating the History of Greek Mathematics, vol. I, ed. I. Thomas, London: Heinemann–New York 1939, 1941.

Simplicius, *In Aristotelis physicorum libros quatuor priores commentaria*, ed. H. Diels, Berlin 1882.

Socratis et Socraticorum Reliquiae, collegit, disposuit, apparatibus notisque instruxit G.G. Giannantoni, Napoli 1990 [vol. II: Bryson].

Tóth 2010: I. Tóth, *Fragmente und Spuren nichteuklidischer Geometrie bei Aristoteles*, Berlin 2010.

Opracowania

Caveing 1997: M. Caveing, *La figure et le nombre: Recherches sur les premières mathématiques des Grecs*, vol. II, Paris 1997, 77–136.

Byrne 1997: P.H. Byrne, *Analysis and Science in Aristotle*, New York 1997.

Fluentes González 2000: P.P. Fluentes González, *Hippocrate de Chios*, w: *Dictionnaire des Philosophes Antiques*, ed. R. Goulet, vol. III, París 2000, 762–770.

Englebretsen 2019: G. Englebretsen, *Figuring It Out Logic Diagrams*, Berlin 2019.

Heath 1921: T.L. Heath, *A history of Greek mathematics: from Thales to Euclid*, vol. I, Oxford 1921.

Hintikka, Remes 1974: J. Hintikka, U.U. Remes, *The Method of Analysis: Its Geometrical Origin and Its General Significance*, Boston 1974.

Høyrup 2020: J. Høyrup, *Hippocrates of Chios – His Elements and His Lunes. A critique of circular reasoning*, „Mathematics" 5/1 (2020), 158–184.

Jordan 1937: Z. Jordan, *O matematycznych podstawach systemu Platona*, Poznań 1937.

Historia matematyki, t. I: *Od czasów najdawniejszych do początku czasów nowożytnych*, red. A.P. Juszkiewicz, Warszawa 1975.

Kulczycki 1972: S. Kulczycki, *Z dziejów matematyki greckiej*, Warszawa 1973, 123–139.

Knorr 1975: W.R. Knorr, *The Evolution of the Euclidean Elements*, Dordrecht–Holland 1975.

Knorr 1986: W.R. Knorr, *The Ancient Tradition of Geometric Problems*, Boston–Basel–Stuttgart 1986.

Lloyd 1987: G.E.R. Lloyd, *The Alleged Fallacy of Hippocrates of Chios*, „Apeiron" 20 (1987), 103–128.

Marcacci 2008: F. Marcacci, *Alle origini dell'assiomatica: Gli Eleati*, *Aristotele*, Roma 2008.

Netz 2004: R. Marcacci, *Eudemus of Rhodes, Hippocrates of Chios and the Earliest Form of a Greek Mathematical Text*, „Centaurus" 46 (2004), 243–286.

Urbański 2009: M. Urbański, *Rozumowania abdukcyjne. Modele i procedury*, Poznań 2009.

Tannery 1912: P. Tannery, *Le fragment d'Eudème sur la quadrature des lunules*, w: *Mémoires scientifiques*, vol. I., Paris 1912, 339–370.

Volkert K., *Die Möndchen des Hippokrates – eine Möglichkeit zum Konstruieren und zum Arbeiten mit Flächen*, w: [http://www2.math.uni-wuppertal.de/~volkert/Moendchen.pdf].

Wesoły 1997a: M. Wesoły, *Archytas z Tarentu — polityk, uczony i wynalazca*, w: *Tradycja i postęp. Szkice z historii filozofii*, red. B. Andrzejewski, Poznań 1997, 67–88.

Wesoły 1997b: M. Wesoły, *Przyczyna i wyjaśnianie ejdetyczne według Arystotelesa*, „Symbolae Philologorum Posnaniensium" 11 (1997), 17–37.
Wesoły 1999: M. Wesoły, *Analiza w greckiej geometrii i analityka Arystotelesa*, w: *Między matematyką a przyrodoznawstwem*, red. E. Piotrowska, D. Sobczyńska, Poznań 1999, 19–40.
Wesoły 2012: M. Wesoły, *Plato's Analytic System of Principles in Aristotle's Critical Account*, w: *Platons Hermeneutik und Prinzipiendenken im Licht der Dialoge und der antiken Tradition*, ed. U. Burchmüller, Zürich–New York 2012, 247–275.
Wesoły 2019: M. Wesoły, *Towards a Reconstruction of Aristotle's Lost Diagrams of the Syllogistic Figure*, w: *Proceedings of the World Congress Aristotle 2400 Years*, ed. by D. Sfendoni-Mentzou, Thessaloniki 2019, 505–512.
Wasserstein 1959: A. Wasserstein, *Some Early Greek Attempts to Square the Circle*, „Phronesis" 4/2 (1959), 92–100.

DE HIPPOCRATIS CHII TETRAGONISMO PER LUNULAS DESCRIPTO

Summarium

Commentationem hanc in memoriam Sylvestri Dworacki, professoris omni laude dignissimi, composui, qui auctores Graecos legendi praeceptor meus fuit primus, quocum postea de variis quaestionibus exegeticis multum et saepe disputare potui. Hippocrates Chius, insignis mathemathicus, nobis paene ignotus, novissimis tamen temporibus apud mathematicos summam excitat admirationem. Aristoteles doctrinam eius de tetragonismo per circuli segmenta, scilicet per lunularum formas descripto, critica iudicat ratione. Simplicius tamen testimonio Eudemi Rodii vocato paraphrasin longiorem ad Hippocratis doctrinam de illo lunularum tetragonismo pertinentem attulit. In hac commentatione argumenta selecta ad illas investigationes apta ponimus non solum in lingua Graeca scripta, verum etiam in linguam Polonam accuratissime translata. In his tamen disputationibus recte intellegenda est opinio critica Aristotelis, qui tetragonismi notionem ratione sua et modo comprehendit ut inventionem mediae geometricae atque Hippocrati exprobrabat, quod pseudo-diagrammatis uteretur.